Vorlesung vom 05.11.2013:

- Cartesisches Produkt und Relationen → Äquivalenzrelation, → (An-)Ordnungsrelation
- Funktionen / Abbildungen
- „Begleitend": Zahlbereiche $\boxed{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$

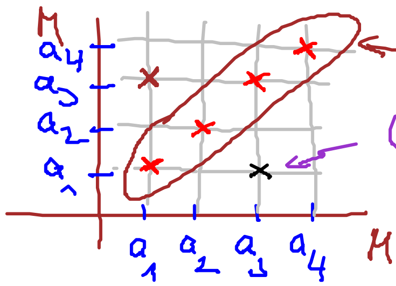
Bereich der reellen Zahlen

Thema des 2. Übungsblatts

---

1) Zu den Eigenschaften von Relationen in einer Menge $M \neq \emptyset$:

(RE) $\forall a \in M: a \sim_R a \iff \forall a \in M: (a,a) \in R \subseteq M \times M$



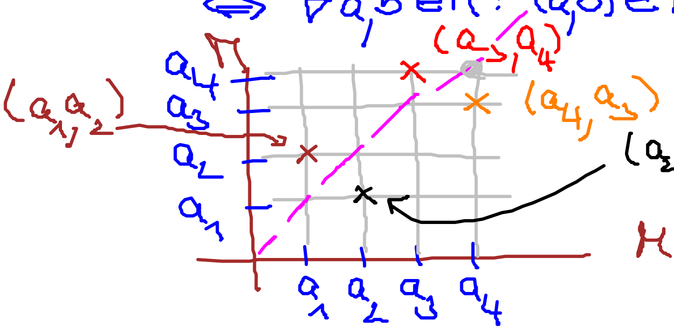
Also: Im Fall (RE) gehören sämtliche Punkte auf der „Hauptdiagonalen" zu R. Fehlt nur einer, dann ist (RE) verletzt!

(AR) (= „Areflexivität") bedeutet, dass kein Punkt auf der Hauptdiagonalen zu R gehört. | (AR) $\forall a \in M: \neg(a \sim_R a)$ $\iff \forall a \in M: (a,a) \notin R$

(SY) $\forall a,b \in M: a \sim_R b \Rightarrow b \sim_R a$

Symmetrie

$\iff \forall a,b \in M: (a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in R$



Der „Graph" der Relation R besitzt eine „Symmetrie" in Bezug zur „Hauptdiagonalen".

(AS) $\forall a,b \in M: a \sim_R b \Rightarrow \neg(b \sim_R a)$ Asymmetrie

Es darf keinen „Punkt" $(a,b) \in R$ geben, so dass gleichzeitig auch $(b,a) \in R$ ist!

Satz: Aus (AS) folgt (AR). Vermutung! Stimmt!

Beweis: Struktur der Aussage in Kürze:

$(AS) \Rightarrow (AR)$ direkt?

$\neg(b \sim_R a)$

Es gelte (AS), d.h.: $\forall a,b \in R: (a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \notin R$

für $a = b$ gilt dann speziell:

$\forall a \in M: \boxed{(a,a) \in R \Rightarrow (a,a) \notin R}$

$\Longleftrightarrow \forall a \in M: (a,a) \notin R \Longleftrightarrow (AR)$ ∎

$A \Rightarrow \neg A$

$\Updownarrow$

$\neg A \vee \neg A$

$\Updownarrow$

$\neg A$

ENDE der Vorlesung!