Di., 25.10.13

Übung

(1)

. Prädikaten / Quantoren

- $\forall x \in M : A(x)$

$\neg(\forall x \in M : A(x)) \quad = \quad \exists x \in M : \neg A(x)$

$M = \{$ alle Studenten an der TU Berlin $\}$

$L(x)$: " x ist Laut während der Vorlesung "

$Z(x)$: " x kann gut zuhören "

$[\forall x \in M : (L(x) \vee \neg Z(x))]$

Negat: $\exists x \in M : (\neg L(x) \wedge Z(x))$

Abkürz.

$\exists! \qquad \nexists \qquad | \qquad \forall \quad \exists$

$S = \{x \in M : L(x) \vee \neg Z(x)\}$

$= \cancel{\{x \in M\}}$

$= \{x \in M : L(x)\} \cup \{x \in M : \neg Z(x)\}$

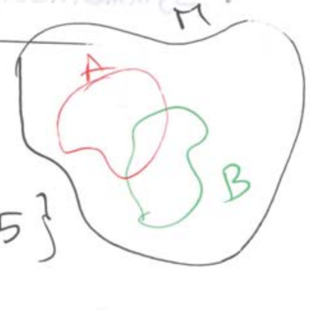
Mengen

(2)

M

$x \in M \quad x$ ist element von M

$M = \{$Hund, Kuh, ..$\}$



$M = \{x \in \mathbb{N} : x > 5\}$

$M = \{x : A(x)\}$ Prädikat

M

$A \subseteq M \qquad x \in A \rightarrow x \in M$ ist wahr

$A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$

$A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$

$A^c = \{x \in M, x \notin A\}$

Beispiele (3)

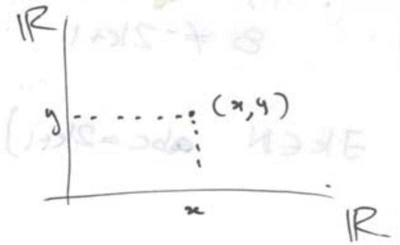
$W = \{1,2,3,4,5,6\} = \{⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅\}$

$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \ldots$

Produktmenge

A, B Mengen

$\underline{A \times B} = \{(a,b) : a \in A, b \in B\}$



$A_1 \times A_2 \times A_3$

$A = \{1,2,3,4,5\}$

$B = \{a, b, c, d, e, f\}$

$A \times B = \{(1,a), (1,b), (1,c), \ldots, (1,f), (2,a), \ldots, (2,f), \ldots \ldots\}$

$(c,2) \notin A \times B$

Ich werfe  3 mal (4)

$\overbrace{W \times W \times W}^{S} = \{(a,b,c) : a,b,c \in W\}$

$n(W \times W \times W) = 6^3 = 216$

{ die Summe der Drei würfe ist 9} =

$= \{(a,b,c) \in S : a+b+c = 9\}$

U={ Das Produkt der Drei würfe ist ungerade}

$(1,2,3) \overset{?}{\notin} U \qquad 6 \neq 2k+1$

$(1,3,5) \in U \qquad 15 = 2 \cdot 7 + 1$

$(2,2,2) \notin U \qquad 8 \neq 2k+1$

$= \{(a,b,c) \in S : \exists k \in \mathbb{N} \;\; abc = 2k+1\}$

$15 = 2 \cdot 7 + 1$

$18 = ?$

---

(5)

$M = \{ \text{Männer} \}$

$F = \{ \text{Frauen} \}$

$m \in M \quad , \quad f \in F$

$M \times F = \{ (m, f), m \in M, f \in F \}$

$R = \{ (m, f) : m$ ist mit f verheiratet $\}$

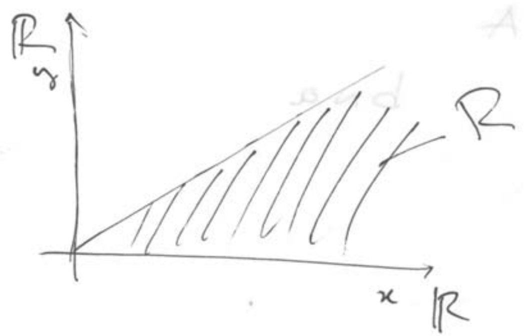
$\boxed{R \subseteq M \times F}$

Rel: m ist mit f verheiratet

$x, y \in \mathbb{R}$

$x > y$

$R = \{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x > y \}$



(6)

$x = y$

. Geschwister

. A ist Größer als B

Alle Teilmenge von Produktmenge

$A = \{ \text{Hunde} \}$

$B = \{ \text{Menschen} \}$

. $a \sim b$ wenn a gehört zu b
$\;\;\,\cap\quad\;\cap$
$\;\;\,A\quad\;B$

. $x \sim y$ wenn $x = y$

A

$a \sim b$

$a, b \in A$

$b \sim a$

7

A Menge

$\sim$ Relation

- Symmetrisch : $a \sim b \Rightarrow b \sim a$

  a, b sind Geschwister
  $a = b$

  Nicht sym.
  $a > b$

- Reflexivität : $a \sim a$

  $a = b$
  {Alle Dreiecke}
  $a \sim b$ wenn a und b haben die gleiche Fläche

- Transitivität $a, b, c \in A$
  $a \sim b,\ b \sim c \Rightarrow a \sim c$

8

$\mathbb{R}$

$x \sim y$ wenn $x^2 = y$

- Reflexivität ? NEIN
  (es gilt $x \sim x$ NUR wenn $x = 1$ oder 0)

- Symmetrie ? NEIN

  $\cancel{x^2 = y \quad x = y^2}$

  $x \sim y \Rightarrow y \sim x$

  $x^2 = y \Rightarrow y^2 = x$

$\mathbb{Z}$

$x \sim y$ wenn $x - y$ ist gerade

Bsp.
$(2, 4)$
$(1, 5)$

- Reflexivität ?
  - $x \sim x$ ✓ $x - x = 0$ gerade

- Symmetrie ?
  - $x \sim y \Rightarrow y \sim x$? ✓

  $x - y = 2k$
  $y - x = -2k = 2(-k)$

- Transitivität
  $x, y, z \in \mathbb{Z}$
  $x \sim y,\ y \sim z \Rightarrow x \sim z$?

  $x - y$ ist gerade $= 2k_1$

  $y - z$ ist gerade $= 2k_2$

  $= 2(k_1 + k_2)$