

Mathematischer Zirkel 9c der MSG “Leonhard Euler”

Internet-Seite des Zirkels :
page.math.tu-berlin.de/~suris/zirkel

Hausaufgaben vom 16.05.2012 (zum 23.05.2012)

Die heutigen Hausaufgaben sollen Euch mit einigen Zwischenschritten vertraut machen, die zum Beweis vom Satz vom Fermat über die Summen zweier Quadraten führen, nämlich, dass sich jede Primzahl $p \equiv 1 \pmod{4}$ als $p = a^2 + b^2$ schreiben läßt.

1. Zeige: wenn sich zwei natürliche Zahlen m, n als Summen zweier Quadrate schreiben lassen, so gilt dies auch für ihr Produkt mn . Was ist die Bedeutung dieser Aussage, wenn man die Gaußschen Zahlen kennt? Finde die entsprechende Zerlegung von mn ohne und/oder mit Hilfe Gaußscher Zahlen.

2. Zeige: ist eine natürliche Zahl, die sich als Summe zweier Quadrate schreiben läßt, durch eine Primzahl teilbar, die sich ebenfalls als Summe zweier Quadrate schreiben läßt, so hat auch der Quotient diese Eigenschaft (läßt sich als Summe zweier Quadrate schreiben).

3. Zeige: ist eine natürliche Zahl, die sich als Summe zweier Quadrate schreiben läßt, durch eine Zahl teilbar, die sich *nicht* als Summe zweier Quadrate schreiben läßt, so hat der Quotient einen Teiler, der sich ebenfalls *nicht* als Summe zweier Quadrate schreiben läßt.