

Mathematischer Zirkel 9c der MSG “Leonhard Euler”

Internet-Seite des Zirkels :
page.math.tu-berlin.de/~suris/zirkel

Hausaufgaben vom 09.05.2012 (zum 16.05.2012)

Wir untersuchen die Teilbarkeit von den sogenannten *Gaußschen Zahlen* $a = p + iq$, $p, q \in \mathbb{Z}$. Die Menge aller solchen Zahlen bezeichnen wir durch \mathbb{G} . Teilbarkeit wird genauso definiert, wie für gewöhnliche ganze Zahlen: $a : b$ für $a, b \in \mathbb{G}$ bedeutet, dass es $c \in \mathbb{G}$ gibt mit $a = bc$.

1. Zeige für die Gaußschen Zahlen:

$$a : b \Rightarrow ac : bc,$$

$$ac : bc, c \neq 0 \Rightarrow a : b,$$

$$a : b, b : c \Rightarrow a : c.$$

2. Zeige für die Gaußschen Zahlen:

$$a : b, b : a \Rightarrow a = \pm b \text{ oder } a = \pm ib,$$

3. Welche gewöhnlichen Primzahlen < 30 sind auch Gaußsche Primzahlen? Zum Beispiel, 2 ist keine Gaußsche Primzahl, da $2 = (1 + i)(1 - i)$; 3 ist Gaußsche Primzahl.