

## Mathematischer Zirkel 8c der MSG “Leonhard Euler”

### Internet-Seite des Zirkels:

[www.math.tu-berlin.de/~suris/zirkel](http://www.math.tu-berlin.de/~suris/zirkel)

### Hausaufgaben vom 23.02.2011 (zum 02.03.2011)

1. Berechne die Zahl  $2^n \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{\dots + \sqrt{2}}}}}$  (mit  $n$  Zweien unter der Wurzel; das erste Minuszeichen ist kein Schreibfehler!) mit dem Taschenrechner für  $n = 5$  und für  $n = 10$ . Stelle anhand dieser Ergebnisse eine Vermutung auf. Versuche, diese Vermutung zu beweisen!
2. Ein Blatt Papier im Format A4 hat die Größe  $210 \times 297$  mm. Wenn man ein solches Blatt in zwei gleiche Teile des Formats  $210 \times 148,5$  mm zerschneidet, erhält man zwei Blätter, die ungefähr das Format A5 haben (A5 hat die Größe  $148 \times 210$  mm). Bemerkenswert ist, dass das Verhältnis Breite zu Höhe für beide Formate ungefähr gleich ist:  $\frac{297}{210} = 1,414\dots$ ,  $\frac{210}{148} = 1,418\dots$ . Wie groß muss das Verhältnis Breite zu Höhe sein, damit es sich nach dem Halbieren des Blattes wie eben nicht ändert? Gibt es ein Blatt Papier in einem solchen “perfekten” Format, dessen Breite und Höhe durch ganzzahlige Millimeterangaben ausgedrückt werden?
3. Finde mindestens eine Zahl  $x \neq \pm 1$ , sodass  $x + \frac{1}{x}$  eine ganze Zahl ist.