

1. Übungsblatt

(Abgabe am 23/10/09)

Falls Euch Grundlagenwissen fehlt, dann lest es Euch bitte aus der „Einführung in das mathematische Arbeiten“ von Schichl und Steinbauer an. Das Buch ist aus dem Netzwerk der TU unter springerlink.com abrufbar.

Aufgabe 1:

2 + 3 + 2 Punkte

Beweise jeweils per Induktion:

(i) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ für $q \in \mathbb{R} - \{1\}$.

(ii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$ gilt $2^{2^n} + 1 \equiv 7 \pmod{10}$.[†] Bei Zahlen der Form $2^{2^n} + 1$ handelt es sich um sogenannte *Fermat-Zahlen*. Was sagt die Kongruenzgleichung über die Fermat-Zahlen aus?

(iii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Aufgabe 2:

1 + 1 Punkte

(i) Beweise direkt: Die Summe zweier gerader Zahlen ist gerade.

(ii) Beweise indirekt: Es gibt keine ganzen Zahlen m, n mit $42m + 666n = 1000$.

Aufgabe 3:

1 + 1 + 1 Punkte

Man konstruiere Wahrheitstabellen für jede der folgenden Formeln:

(i) $((A \wedge B) \wedge (\neg B \vee C))$

(ii) $\neg(\neg A \vee \neg(\neg B \vee \neg A))$

(iii) $(A \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow C))$

Aufgabe 4:

4 Punkte

1. Jeder, der ein gutes Gehör hat, kann richtig singen.
2. Niemand ist ein wahrhafter Musiker, wenn er nicht seine Zuhörerschaft begeistern kann.
3. Niemand, der kein gutes Gehör hat, kann seine Zuhörerschaft begeistern.
4. Niemand, außer einem wahrhaften Musiker, kann eine Sinfonie schreiben.

Frage: Welche Eigenschaften muss jemand notwendigerweise besitzen, wenn er eine Sinfonie geschrieben hat? Formalisiere diese Sachverhalte.

[†]Zur Erklärung der Notation siehe [http://de.wikipedia.org/wiki/Kongruenz_\(Zahlentheorie\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Kongruenz_(Zahlentheorie)).