

§ 24 Umfassende Anwendbarkeit der Zahl. Mill.  
Locke. Leibnizens unkörperliche metaphysi-  
sche Figur. Wenn die Zahl etwas Sinnliches wä-  
re, könnte sie nicht Unsinnlichem beigelegt wer-  
den . . . . . 53

§ 24. Damit kommen wir auf einen andern Grund, die Zahl nicht mit Farbe und Festigkeit zusammenzustellen: die bei weitem größere Anwendbarkeit.

Mill<sup>38</sup> meint, die Wahrheit, daß, was aus Teilen zusammengesetzt ist, aus Teilen dieser Teile zusammengesetzt ist, sei von allen Naturerscheinungen giltig, weil [31] alle gezählt werden könnten. Aber kann nicht noch weit mehr gezählt werden? Locke<sup>39</sup> sagt: »Die Zahl findet Anwendung auf Menschen, Engel, Handlungen, Gedanken, jedes Ding, das existiert oder vorgestellt werden kann.« Leibniz<sup>40</sup> verwirft die Meinung der Scholastiker, daß die Zahl auf unkörperliche Dinge unanwendbar sei, und nennt die Zahl gewissermaßen eine unkörperliche Figur, entstanden aus der Vereinigung irgendwelcher Dinge, z. B. Gottes, eines Engels, eines Menschen, der Bewegung, welche zusammen vier sind. Daher,

38 A. a. O. III. Buch, XXIV. Kap., § 5.

39 Baumann a. a. O. Bd. I, S. 409. [»Essay« II, XVI, § 1.]

40 Ebenda, Bd. II, S. 2.

meint er, ist die Zahl etwas ganz Allgemeines und zur Metaphysik gehörig. An einer andern Stelle<sup>41</sup> sagt er: »Gewogen kann nicht werden, was nicht Kraft und Vermögen hat; was keine Teile hat, hat demgemäß kein Maß; aber es gibt nichts, was nicht die Zahl zuläßt. So ist die Zahl gleichsam die metaphysische Figur.«

Es wäre in der Tat wunderbar, wenn eine von äußern Dingen abstrahierte Eigenschaft auf Ereignisse, auf Vorstellungen, auf Begriffe ohne Änderung des Sinnes übertragen werden könnte. Es wäre grade so, als ob man von einem schmelzbaren Ereignis, einer blauen Vorstellung, einem salzigen Begriffe, einem zähen Urteile reden wollte.

Es ist ungereimt, daß an Unsinnlichem vorkomme, was seiner Natur nach sinnlich ist. Wenn wir eine blaue Fläche sehen, so haben wir einen eigentümlichen Eindruck, der dem Worte »blau« entspricht; und diesen erkennen wir wieder, wenn wir eine andere blaue Fläche erblicken. Wollten wir annehmen, daß in derselben Weise beim Anblick eines Dreiecks etwas Sinnliches dem Worte »drei« entspräche, so müßten wir dies auch in drei Begriffen wiederfinden; etwas Unsinnliches würde etwas Sinnliches an sich haben. [32] Man kann wohl zugeben, daß dem Worte »dreieckig« eine Art sinnlicher Eindrücke entspreche, aber man muß dabei dies Wort als Ganzes nehmen. Die Drei darin sehen wir nicht unmittelbar; sondern wir sehen etwas, woran eine geistige Tätigkeit anknüpfen kann, welche zu einem Urteile führt, in dem die Zahl 3 vorkommt.

41 Ebenda, Bd. II, S. 56.

## *Ist die Zahl etwas Subjektives?*

§ 26 Lipschitzs Beschreibung der Zahlbildung paßt nicht recht und kann eine Begriffsbestimmung nicht ersetzen. Die Zahl ist kein Gegenstand der Psychologie, sondern etwas Objektives . . . . . 56

§ 26. In diesem Gedankengange kommt man leicht dazu, die Zahl für etwas Subjektives anzusehen. Es scheint die Weise, wie die Zahl in uns entsteht, über ihr Wesen Aufschluß geben zu können. Auf eine psychologische Untersuchung also würde es dann ankommen. In diesem Sinne sagt wohl *Lipschitz*<sup>45</sup>:

»Wer über gewisse Dinge einen Überblick gewinnen will, der wird mit einem bestimmten Dinge beginnen und immer ein neues Ding den früheren hinzufügen.« Dies scheint viel besser darauf zu passen, wie wir etwa die Anschauung eines Sternbildes erhalten, als auf die Zahlbildung. Die [34] Absicht, einen Überblick zu gewinnen, ist unwesentlich; denn man wird kaum sagen können, daß eine Herde übersichtlicher wird, wenn man erfährt, aus wieviel Häuptern sie besteht.

Eine solche Beschreibung der innern Vorgänge, die der Fällung eines Zahlurteils vorhergehen, kann nie, auch wenn sie zutreffender ist, eine eigentliche Begriffsbestimmung ersetzen. Sie wird nie zum Beweise eines arithmetischen Satzes herangezogen werden können; wir erfahren durch sie keine Eigenschaft der Zahlen. Denn die Zahl ist so wenig ein Gegenstand der Psychologie oder ein Ergebnis psychischer Vorgänge, wie es etwa die Nordsee ist. Der Objektivität der Nordsee tut es keinen Eintrag, daß es von unserer Willkür abhängt, welchen Teil der allgemeinen Wasserbedeckung der Erde wir abgrenzen und mit dem Namen »Nordsee« belegen wollen. Das ist kein Grund, dies Meer auf psychologischem

45 Lehrbuch der Analysis, S. 1. Ich nehme an, daß *Lipschitz* einen innern Vorgang im Sinne hat.

## *II. Über den Begriff der Anzahl*

57

Wege erforschen zu wollen. So ist auch die Zahl etwas Objektives. Wenn man sagt »die Nordsee ist 10000 Quadratmeilen groß«, so deutet man weder durch »Nordsee« noch durch »10000« auf einen Zustand oder Vorgang in seinem Innern hin, sondern man behauptet etwas ganz Objektives, was von unsern Vorstellungen und dgl. unabhängig ist. Wenn wir etwa ein ander Mal die Grenzen der Nordsee etwas anders ziehen oder unter »10000« etwas anderes verstehen wollten, so würde nicht derselbe Inhalt falsch, der vorher richtig war; sondern an die Stelle eines wahren Inhalts wäre vielleicht ein falscher geschoben, wodurch die Wahrheit jenes ersteren in keiner Weise aufgehoben würde.

Der Botaniker will etwas ebenso Tatsächliches sagen, wenn er die Anzahl der Blumenblätter einer Blume, wie wenn er ihre Farbe angibt. Das eine hängt so wenig wie das andere von unserer Willkür ab. Eine gewisse Ähnlichkeit der Anzahl und der Farbe ist also da; aber diese besteht nicht darin, daß beide an äußeren Dingen sinnlich wahrnehmbar, sondern darin, daß beide objektiv sind.

[35] Ich unterscheide das Objektive von dem Handgreiflichen, Räumlichen, Wirklichen. Die Erdachse, der Massennittelpunkt des Sonnensystems sind objektiv, aber ich möchte sie nicht wirklich nennen, wie die Erde selbst. Man nennt den Äquator oft eine *gedachte* Linie; aber es wäre falsch, ihn eine *erdachte* Linie zu nennen; er ist nicht durch Denken entstanden, das Ergebnis eines seelischen Vorgangs, sondern nur durch Denken erkannt, ergriffen. Wäre das Erkanntwerden ein Entstehen, so könnten wir nichts Positives von ihm aussagen in bezug auf eine Zeit, die diesem vorgelieblichen Entstehen vorherginge.

Man denkt gewöhnlich bei »weiß« an eine gewisse Empfindung, die natürlich ganz subjektiv ist; aber schon im gewöhnlichen Sprachgebrauche, scheint mir, tritt ein objektiver Sinn vielfach hervor. Wenn man den Schnee weiß nennt, so will man eine objektive Beschaffenheit ausdrücken, die man beim gewöhnlichen Tageslicht an einer gewissen Empfindung erkennt. Wird er farbig beleuchtet, so bringt man das bei der Beurteilung in Anschlag. Man sagt vielleicht: er *erscheint* jetzt rot, aber er *ist* weiß. Auch der Farbenblinde kann von rot und

grün reden, obwohl er diese Farben in der Empfindung nicht unterscheidet. Er erkennt den Unterschied daran, daß andere ihn machen, oder vielleicht durch einen physikalischen Versuch. So bezeichnet das Farbenwort oft nicht unsere subjektive Empfindung, von der wir nicht wissen können, daß sie mit der eines andern übereinstimmt – denn offenbar verbürgt das die gleiche Benennung keineswegs – sondern eine objektive Beschaffenheit. So verstehe ich unter Objektivität eine Unabhängigkeit von unserm Empfinden, Anschauen und Vorstellen, von dem Entwerfen innerer Bilder aus den Erinnerungen früherer Empfindungen, aber nicht eine Unabhängigkeit von der Vernunft; denn die Frage beantworten, was die Dinge unabhängig von der Vernunft sind, hieße urteilen, ohne zu urteilen, den Pelz waschen, ohne ihn naß zu machen.