

# Formatives E-Assessment in Mathematik-Lehrveranstaltungen

Michael Quellmalz    Franziska Nestler

Technische Universität Chemnitz, Fakultät für Mathematik

TU Chemnitz, 14.06.2018

# Überblick

- 1 Erstellung mathematischer Aufgaben in OPAL / ONYX  
Realisierung, Aufgabenformen und Beispiele
- 2 Zusammenarbeit mit anderen Hochschulen  
Aufgabenpool Mathematik
- 3 Einsatz an der Fakultät für Mathematik  
Vorlesungsbegleitende Online-Kurse, Prüfungsvorleistungen, Online-Brückenkurs

# Erstellung mathematischer Aufgaben in OPAL / ONYX

# Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

Tools (BPS Bildungsportal Sachsen GmbH):



## **Lernplattform OPAL**

Verwaltung / Organisation von Kursen

Bereitstellung von elektronischen Übungsaufgaben.



## **ONYX Editor**

Erstellung von elektronischen Übungsaufgaben und Tests.

# Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

Tools (BPS Bildungsportal Sachsen GmbH):



## Lernplattform OPAL

Verwaltung / Organisation von Kursen

Bereitstellung von elektronischen Übungsaufgaben.



## ONYX Editor

Erstellung von elektronischen Übungsaufgaben und Tests.

## 2014: Projekt ELMAT (TU Chemnitz und BPS)

Elektronische Übungs- und Bewertungstools für Mathematikveranstaltungen

- Formeleingabe mit dem gebräuchlichen Textsystem LaTeX
- Anbindung des Computer-Algebra-Systems Maxima
  - Parametrisierte Aufgaben, Variablen
  - Formeleingabe

# Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

## CAS Maxima:

- Zufällige Auswahl von Variablen (ganze Zahl, Gleitkommazahl, Text).
- Weiterverwertung der generierten Variablen.

Variable	Typ	Wert
{preis}	Ganze Zahl	Wertebereich: min=200, max=2.000, step=100
{ersparnis_prozent}	Ganze Zahl	Wertebereich: min=5, max=45, step=5
{preis_neu}	Ganze Zahl	Berechnung (MAXIMA): $(100 - \{\text{ersparnis\_prozent}\}) / 100 * \{\text{preis}\}$
{ersparnis_euro}	Ganze Zahl	Berechnung (MAXIMA): $\{\text{preis}\} - \{\text{preis\_neu}\}$

# Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

## CAS Maxima:

- Zufällige Auswahl von Variablen (ganze Zahl, Gleitkommazahl, Text).
- Weiterverwertung der generierten Variablen.

⊗ Erreicht: 0 von 1 Punkt(en)

Ein Produkt ist von 1300 € auf 780 € herabgesetzt.

Dies entspricht einer Ersparnis von   (40) %.

### Leider falsch!


Gesucht ist die Ersparnis in Prozent. Die Ersparnis in Euro beträgt 520 €.

Die prozentuale Ersparnis ist demnach

$$\frac{520}{1300} = \dots = \frac{40}{100} \hat{=} 40\%.$$

⊙ Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

Ein Produkt ist von 1500 € auf 1050 € herabgesetzt.

Dies entspricht einer Ersparnis von   %.

### Richtig!

Gesucht ist die Ersparnis in Prozent. Die Ersparnis in Euro beträgt 450 €.

Die prozentuale Ersparnis ist demnach

$$\frac{450}{1500} = \dots = \frac{30}{100} \hat{=} 30\%.$$

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

**Formelvergleich:** Nicht nur Zahlen kommen als Lösungen in Frage, sondern auch beliebige mathematische Ausdrücke.

**Beispiel:** Eine gesuchte Funktion angeben.

Gegeben sind die Punkte  $(2, 7)$ ,  $(3, 15)$  und  $(-1, 7)$ .

Geben Sie diejenige quadratische Funktion  $f$  an, welche die Punkte miteinander verbindet.

$f(x) =$




**Formeleingabe:**  $x \cdot y = x*y$ ,  $x^y = x^y$



## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

**Formelvergleich:** Nicht nur Zahlen kommen als Lösungen in Frage, sondern auch beliebige mathematische Ausdrücke.

**Beispiel:** Eine gesuchte Funktion angeben.

✔ Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

Gegeben sind die Punkte  $(2, 7)$ ,  $(3, 15)$  und  $(-1, 7)$ .

Geben Sie diejenige quadratische Funktion  $f$  an, welche die Punkte miteinander verbindet.

$$f(x) = \checkmark \quad 2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 3$$

**Formeleingabe:**  $x \cdot y = x^*y$ ,  $x^y = x^y$

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- **Nichteindeutigkeit der Lösung**, Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig), Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder, Beachtung von Folgefehlern

Gegeben sei die Ebene

$$E : \begin{pmatrix} x(s, t) \\ y(s, t) \\ z(s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine parameterfreie Darstellung der Ebene an!

E : 

Beispielergebnis:  $17 \cdot x - 9 \cdot y + 5 \cdot z = 77$  oder auch  $5 \cdot z - 9 \cdot y = 77 - 17 \cdot x$

Gegeben sei die Ebene

$$E : \begin{pmatrix} x(s, t) \\ y(s, t) \\ z(s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine parameterfreie Darstellung der Ebene an!

E : 

Beispielergebnis:  $17 \cdot x - 9 \cdot y + 5 \cdot z = 77$  oder auch  $5 \cdot z - 9 \cdot y = 77 - 17 \cdot x$

`is(equal(solve(LEARNERRESPONSE, x), solve(CORRECTRESPONSE, x)))`

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, **Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig)**, Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder, Beachtung von Folgefehlern

✔ Erreicht: 1 von 2 Punkt(en)

Wir betrachten die von  $x \in \mathbb{R}$  abhängige Matrix

$$A(x) := \begin{pmatrix} \cos(x) & \sin(x) \\ -\sin(x) & \cos(x) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Determinante.

$\det A(x) = \checkmark$   (1)

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig),  
**Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder**, Beachtung von Folgefehlern

Ergänzen Sie die Lücken im folgenden linearen Gleichungssystem, sodass es *nicht* lösbar wird!

$$\begin{pmatrix} -9 & -3 & -6 \\ -14 & 4 & 1 \\ -5 & 7 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig),  
**Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder**, Beachtung von Folgefehlern

☑ Erreicht: 3 von 3 Punkt(en)

Führen Sie eine Partialbruchzerlegung durch!

$$f(x) = \frac{7x^2 + 20x + 16}{x^3 + 4x^2 + 4x} = \checkmark \boxed{-2/(x+2)^2} (4/x) + \checkmark \boxed{4/x} (3/(x+2)) + \checkmark \boxed{3/(x+2)} (-2/(x+2)^2) .$$

Dabei ist egal in welcher Reihenfolge Sie die Terme eingeben!


## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX


- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig), Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder, **Beachtung von Folgefehlern**

Erreicht: 1 von 2 Punkt(en)

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x^4 \cos(5x)$ .

Berechnen Sie die erste sowie die 2. Ableitung.

$f'(x) =$    (4\*x^3\*cos(5\*x)-5\*x^4\*sin(5\*x))

$f''(x) =$    ((-40\*x^3\*sin(5\*x))-25\*x^4\*cos(5\*x)+12\*x^2\*cos(5\*x))

Hinweis: Sie erhalten Punkte auf Folgefehler!

Formeleingabe:  $x \cdot y = x^y$ ,  $x^y = x^y$ ,  $\sin x = \sin(x)$ ,  $\cos x = \cos(x)$

`is(equal(LEARNERRESPONSE_GAP_2,diff(LEARNERRESPONSE_GAP_1,x)))`

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, **Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig)**, Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder, **Beachtung von Folgefehlern**

☑ Erreicht: 0,5 von 2 Punkt(en)

Wir betrachten das Anfangswertproblem  $y' - 2y = -4e^{-2t}$ ,  $y(0) = -2$  für  $y = y(t)$ .

Im weiteren bezeichnen wir mit  $Y = Y(s)$  die Laplace-Transformierte der gesuchten Funktion  $y$ .

Wenden Sie auf beiden Seiten der gegebenen Dgl die Laplace-Transformation an und stellen Sie nach  $Y$  um.

**Ergebnis:**  $Y(s) = \text{✗} \frac{-4/((s-2)*(s+2))-2/(s+2)}{((-4/((s-2)*(s+2)))-2/(s-2))}$

Ermitteln Sie nun die gesuchte Lösung  $y$  mittels der inversen Laplace-Transformation.

**Ergebnis:**  $y(t) = \text{✓} \frac{-2^*eosh(2^*t)}{(%e^{-(2^*t)}-3^*%e^{(2^*t)})}$

# Erzeugung von Grafiken per Maxima-Syntax

Beispiel: Lineare Funktion.

Name	{ bild }
Typ	Bild <span style="background-color: orange; color: white; padding: 2px;">NEU</span>
Wert	Berechnung (MAXIMA) <span style="border: 1px solid gray; padding: 2px;">▼</span>
<pre> set_draw_defaults(yrange = [-5,5],grid = true)\$ draw2d( xtics=1,ytics=1, [\$FILENAME], color=black, explicit(0*x,x,-5,5), parametric(0,t,t,-5,5), color=blue, explicit({m}*x+{n},x,-5,5), dimensions=[400,400]);           </pre>	

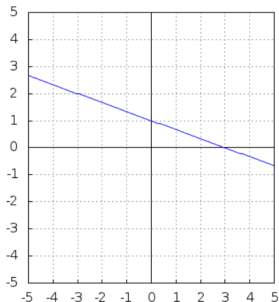


# Erzeugung von Grafiken per Maxima-Syntax

## Beispiel: Lineare Funktion.

Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

Welche Funktion ist hier dargestellt? Geben Sie die richtige Bildungsvorschrift an.

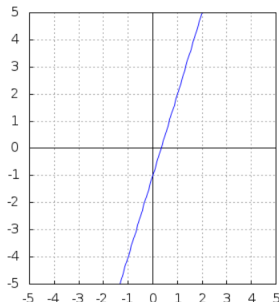


$f(x) = \checkmark \text{-x/3+1} (1-x/3)$

Formeleingabe:  $x \cdot y = x^y$ ,  $\frac{x}{y} = x/y$ ,  $x^y = x^y$

Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

Welche Funktion ist hier dargestellt? Geben Sie die richtige Bildungsvorschrift an.



$f(x) = \checkmark 3^x-1$

Formeleingabe:  $x \cdot y = x^y$ ,  $\frac{x}{y} = x/y$ ,  $x^y = x^y$

# Autorenmasken für Bild-Variablen

## Beispiel: Kreisdiagramm

☑ Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

An einer Schule wurde eine Umfrage zu den Lieblingsfarben der Schüler durchgeführt.

Folgende Ergebnisse wurden dabei erfasst:

Lieblingsfarbe Blau:	28
Lieblingsfarbe Grün:	30
Lieblingsfarbe Rot:	18
Andere Lieblingsfarbe:	54

Welches der folgenden Kreisdiagramme gibt die Umfrageresultate wieder?

Blau ■

Grün ■

Rot ■

Andere ■

Blau ■

Grün ■

Rot ■

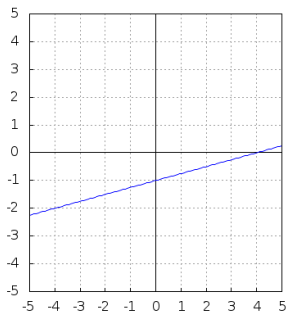
Andere ■

☑

# Adaptivität

- Feedback abhängig von Lernerantwort und Versuchsanzahl
- Aufgabenstellung abhängig von vorherigem Lösungsversuch

Welche Funktion ist hier dargestellt? Geben Sie die richtige Bildungsvorschrift an.



$f(x) =$    $(x/4-1)$

Eine Gerade lässt sich wie folgt durch eine Gleichung beschreiben.

$$y = f(x) = m \cdot x + n$$

Dabei ist  $m$  der Anstieg und  $n$  gibt die Verschiebung entlang der  $y$ -Achse an.

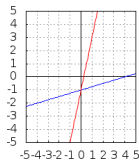
Anhand der Graphik kann man folgendes erkennen

Bewegen wir uns entlang der Geraden um 4 nach rechts, dann geht es gleichzeitig um 1 nach oben.

Also ist der Anstieg  $m = \frac{1}{4}$  (Änderung in  $y$  pro Änderung in  $x$ ).

Die Verschiebung  $n = -1$  erhalten wir einfach, indem wir den Funktionswert bei  $x = 0$  ablesen.

Der Graph der von Ihnen eingegebenen Funktion sieht so aus:



# Aufgabenpool - Zusammenarbeit zwischen Hochschulen

seit April 2014

## Hochschulübergreifender Aufgabenpool Mathematik

- `aufgabenpool.zip`  
 Juli 2014: ca. 4 MB  
 Juli 2015: ca. 12 MB  
 März 2017: ca. 22 MB  
 Juni 2018: ca. 42 MB
- Stand 12.6.2018:  
 Anzahl an Aufgaben: 2995  
 Formelvergleich: 1301  
 Berechnung: 572  
 Autoren: 41

### Struktur Aufgabenpool

- [-] Aufgabenpool
  - [-] Aufgabenpool Mathematik
    - [+] Algebra
    - [+] Analysis
    - [+] Differentialgleichungen
    - [+] Englischsprachige Aufgaben
    - [+] Grundlagen
    - [-] Kombinatorik
    - [+] Lineare Algebra
    - [+] Lineare Optimierung
    - [+] Numerik
    - [-] Optimierung
    - [-] Programmierung
    - [+] Stochastik

### Analytische Geometrie

	Typ	Titel
<input type="radio"/>	fix	abstand_geraden_paral
<input type="radio"/>	fix	abstand_geraden_schne
<input type="radio"/>	fix	abstand_geraden_wind
<input type="radio"/>	fix	abstand_punkt_gerade_
<input type="radio"/>	fix	abstand_punkt_punkt_0
<input type="radio"/>	fix	betrag_vektor_01
<input type="radio"/>	fix	betrag_vektor_02
<input type="radio"/>	fix	Dreieck

## Weiterentwicklung des Aufgabenpools

### Projekt MathOER (TUC & BPS)

#### Bereits umgesetzt:

- Angabe von Lizenzen (z.B. Creative-Commons)
- Community-Rezension im Aufgabenpool
- Möglichkeit zum externen Zugriff per Direktlink

#### In Planung:

- Verbesserte Aufgabenverwaltung und -freigabe durch edu-sharing (Content-Management-System)
- Öffentliche Freigabe von Inhalten (Open Educational Resources)
- Automatische Versionierung von Inhalten und Möglichkeit zur Versionskontrolle

# Einsatzszenarien

## Kurse an der TU Chemnitz

Seit 2013 wurden an der Fakultät für Mathematik zu folgenden Lehrveranstaltungen elektronische Übungsaufgaben entworfen:

- Höhere Mathematik für Maschinenbauer
- Mathematik für Informatik, Elektrotechnik und Physik
- Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler
- Höhere Mathematik für verschiedene Bachelorstudiengänge
- Numerische Methoden für Ingenieure
- Funktionentheorie / Complex Analysis
- Analysis für Mathematiker
- Numerische Mathematik
- Gewöhnliche Differentialgleichungen

Weiteres:

- Studienvorbereitung / Abiturwissen (Online-Brückenkurs)

## Online-Übungen als Prüfungsvorleistung

**Beispiel:** Mathematik für Informatik, Elektrotechnik (1 bis 4)

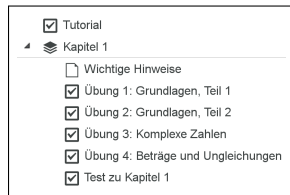
- Elektronische Hausaufgaben
- Format der Veranstaltung: Vorlesung + Übung + **Online-Praktikum**
- Einteilung des Praktikums in 6 Kapitel



# Online-Übungen als Prüfungsvorleistung

## Beispiel: Mathematik für Informatik, Elektrotechnik (1 bis 4)

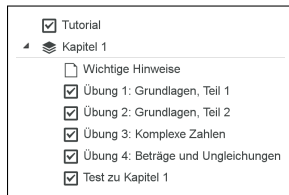
- Elektronische Hausaufgaben
- Format der Veranstaltung: Vorlesung + Übung + **Online-Praktikum**
- Einteilung des Praktikums in 6 Kapitel
- In jedem Kapitel:
  - 2 bis 3 elektronische **Übungen**, welche alle bestanden werden müssen (50%), aber beliebig oft durchführbar sind
  - Alle Aufgaben sind mit ausführlichen Musterlösungen
  - 1 abschließender **Test** (nur 2 Versuche, Zeitbegrenzung, Stichtag für die Abgabe)



# Online-Übungen als Prüfungsvorleistung

## Beispiel: Mathematik für Informatik, Elektrotechnik (1 bis 4)

- Elektronische Hausaufgaben
- Format der Veranstaltung: Vorlesung + Übung + **Online-Praktikum**
- Einteilung des Praktikums in 6 Kapitel
- In jedem Kapitel:
  - 2 bis 3 elektronische **Übungen**, welche alle bestanden werden müssen (50%), aber beliebig oft durchführbar sind
  - Alle Aufgaben sind mit ausführlichen Musterlösungen
  - 1 abschließender **Test** (nur 2 Versuche, Zeitbegrenzung, Stichtag für die Abgabe)
- **Prüfungsvorleistung:** Bestehen aller 6 Online-Tests



## Zum Ausprobieren ...

Online-Brückenkurs und Übungstool Mathematik

`mytuc.org/qzlj`



# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

**Michael Quellmalz**

Technische Universität Chemnitz, Fakultät für Mathematik  
michael.quellmalz@math.tu-chemnitz.de

**Franziska Nestler**

Technische Universität Chemnitz, Fakultät für Mathematik  
franziska.nestler@math.tu-chemnitz.de

**Daniel Potts**

Technische Universität Chemnitz, Fakultät für Mathematik  
potts@math.tu-chemnitz.de