Technische Universität Berlin Sommersemester 2005
Fakultät für Mathematik
C. Mehl 7. Juni 2005

Kontrolltheorie

5. Übungsblatt zur Vorlesung

Besprechung des Übungsblatts in der Übung am 17.6.2005

Aufgabe 17 (Ackermann-Formel)

Sei $(A, B) \in \mathbb{R}^{n\times n} \times \mathbb{R}^{n\times 1}$ ein steuerbares Single-Input-System und $\mathcal{L} = \{\mu_1, \ldots, \mu_n\}$ sei abgeschlossen unter komplexer Konjugation. Zeige: Definiert man

$$\psi(x) := (x - \mu_1)\cdots(x - \mu_n)$$

und

$$F := -e_n^T \mathcal{K}(A, B)^{-1}\psi(A),$$

dann löst F das Polvorgabe-Problem für (A, B) und $\mathcal{L}$, d.h. $\Lambda(A + BF) = \mathcal{L}$. (Hierbei bezeichnet e_n den n-ten Einheitsvektor.)
Zusatzfrage: Bekanntlich ist die Lösung F des Polvorgabe-Problems bei Single-Input-Systemen eindeutig bestimmt. Hängt F stetig von $A, B, \mathcal{L}$ ab?

Hinweis: Nimm z.B. an, dass das Problem in Regelungsnormalform vorliegt und nutze die Eindeutigkeit für die Lösung des Polvorgabe-Problems.

Aufgabe 18 (Eigenvektoren und Polvorgabe)

Sei $(A, B) \in \mathbb{R}^{n\times n} \times \mathbb{R}^{n\times 1}$ ein steuerbares Single-Input-System und $\mathcal{L} = \{\mu_1, \ldots, \mu_n\}$ sei abgeschlossen unter komplexer Konjugation. Zeige:

a) Ist $\lambda \in \mathcal{L} \cap \sigma(A)$, dann ist jeder Eigenvektor von A zum Eigenwert λ auch Eigenvektor von $A - bf$ zum Eigenwert λ.

b) Ist $\lambda \in \mathcal{L} \setminus \sigma(A)$, dann ist $(A - \lambda I)^{-1}b$ Eigenvektor von $A - bf$ zum Eigenwert λ.

Hinweis: Regelungsnormalform.

Aufgabe 19 (Berechnung einer stabilisierenden Zustandsrückführung)

Betrachte das Steuerungsproblem einer Parabolantenne aus Aufgabe 2:

$$\begin{aligned} \dot\varphi(t) &= \omega(t) \\ j\dot\omega(t) &= -r\omega(t) + ku(t), \end{aligned}$$

wobei $k, j, r > 0$ und $\dot\varphi = \omega$. Berechne alle stabilisierenden Feedbackmatrizen $F \in \mathbb{R}^{1\times 2}$ für das System. Gibt es darunter eine Matrix mit minimaler Zeilensummennorm?