Der Abel-Preis für John W. Milnor

Dierk Schleicher

„Jeder nicht-triviale Knoten hat Gesamtkrümmung größer als 4π." Diesen Satz fand John Milnor als junger Student in Princeton an der Tafel vor, als er wieder einmal zu spät zur Vorlesung kam, und interpretierte ihn als aktuelle Hausaufgabe – so sagt jedenfalls die Legende. Was er verpasst hatte, waren die einführenden Worte des Professors Albert Tucker, der von einer offenen Vermutung von Borsuk gesprochen hatte. So lieferte der junge Student also die Woche darauf, zur Verblüffung des Professors, eine Lösung ab, und daraus entstand seine erste wissenschaftliche Arbeit, veröffentlicht in den *Annals of Mathematics* im Jahre 1950, als der junge John Milnor gerade 19 Jahre alt war. Im Jahre 2011, ganze 61 Jahre später, wurde er mit dem Abel-Preis ausgezeichnet, vielleicht dem renommiertesten Preis, der in der Mathematik zu vergeben ist.

In der Mathematik gibt es bekanntlich keine Nobelpreise. Seit 1936 wird die Fields-Medaille verliehen, die seitdem als mathematisches Gegenstück zum Nobelpreis angesehen wird. Sie wird nur alle vier Jahre verliehen und nur an Mathematiker (bislang leider nicht an Mathematikerinnen!) im Alter von bis zu 40 Jahren, und sie wird durch die *International Mathematical Union* vergeben; in all diesen Punkten unterscheidet sie sich von den Nobelpreisen (und auch darin, dass der verliehene Geldbetrag nur rund 1 % des Gegenwerts eines Nobelpreises beträgt).

Der Abel-Preis ist vergleichsweise neu, er wird erst seit 2003 verliehen und ist in Analogie zu den Nobelpreisen konzipiert: Er wird von der Norwegischen Akademie jedes Jahr durch den norwegischen König verliehen, es gibt keine Altersgrenze, und er ist mit sechs Millionen Norwegischen Kronen (etwa 750 000 Euro) dotiert. Im Gegensatz zu den Nobelpreisen wird der Abel-Preis für die Person und nicht für eine Entdeckung verliehen: Man kann einen Nobelpreis mehrfach erhalten, selbst im gleichen Fach (John Bardeen und Frederick Sanger sind die bislang einzigen Beispiele dafür).

Am 23. März 2011 hat die Norwegische Akademie der Wissenschaften bekanntgegeben, dass der diesjährige Abel-Preis an John Willard Milnor von der Stony Brook University verliehen wird „für wegweisende Entdeckungen in Topologie, Geometrie und Algebra"; die Fields-Medaille hatte Milnor bereits 1962 erhalten, fast ein halbes Jahrhundert (!) zuvor (und seitdem viele weitere re-

Abbildung 1. *Der Norwegische König Harald V. verleiht den Abel-Preis an John Milnor (Foto: Scanpix/The Abel Prize/The Norwegian Academy of Science and Letters)*

nommierte Auszeichnungen: etwa die amerikanische National Medal of Science 1967 und den Wolf Prize 1989). Es ist schier unmöglich, Milnors Leistungen in einem kurzen Text zu würdigen: Er hat bahnbrechende Beiträge zu vielen mathematischen Gebieten geleistet, teils durch seine Arbeiten erst dazu beigetragen, dass diese Gebiete sich etabliert haben – und oft genug hat er einführende Bücher geschrieben, die ganze Generationen von Mathematikerinnen und Mathematikern während ihrer Ausbildung unter dem Kopfkissen liegen hatten und die die Entwicklung dieser Gebiete wesentlich mitgestaltet haben. Curt McMullen, einer der Festredner beim Abel-Kolloquium, sagte, er habe zur Vorbereitung die fünf bislang erschienen Bände von Milnors Gesammelten Werken durchgesehen – und darin seien immer noch nicht die Arbeiten enthalten, die er selber am besten kenne, nämlich die aus der Dynamik. Und auf der großen Konferenz 1991 zu Ehren von John Milnors 60. Geburtstag gab es jeden Tag einen Hauptvortrag von einem seiner ehemaligen Doktoranden, in dem seine Durchbrüche auf einem anderen mathematischen Gebiet gewürdigt wurden. (Dies war 1991 die erste „richtige" mathematische Konferenz, an der ich, damals als junger Doktorand, teilgenommen hatte; zum Zeitpunkt, als der diesjährige Abel-Preisträger bekanntgegeben wurde, war ich gerade zurück von der Konferenz zu Ehren seines 80. Geburtstags.)

John Milnor (meist kurz „Jack" genannt) wurde am 20. Februar 1931 in Orange/New Jersey geboren; er studierte an der Princeton University und promovierte dort im Jahre 1954 bei Ralph Fox – nachdem er bereits im Jahr zuvor zum Assistant Professor berufen worden war! Milnor blieb in Princeton bis 1967; auf dem Umweg über Los Angeles (UCLA) und das Massachussetts Institute of Technology kam er 1970 wieder zurück nach Princeton, an das Institute for Advanced Studies. Dort blieb er mit Unterbrechungen bis 1989, als er Direktor des neugegründeten Institute for Mathematical Sciences an der State University of New York in Stony Brook (heute kurz: Stony Brook University) wurde. Dort ist er bis heute, auch wenn das Tagesgeschäft des Instituts inzwischen von Mikhail Lyubich geleitet wird.

Das erste mathematische Ergebnis Milnors ist in der Einleitung beschrieben. Es bedeutet Folgendes: Ein Knoten ist eine geschlossene Kurve im dreidimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$, die sich selbst nicht schneidet. Ein solcher Knoten ist trivial, wenn er sich ohne Selbstüberschneidung so verformen lässt, dass er zu einem Kreis wird (etwa wie ein verdrehtes Gummiband, das man geradezieht). Milnors Satz (genauer: der Satz von Fáry–Milnor, weil er fast zur gleichen Zeit auch von István Fáry bewiesen wurde) bezieht sich auf nicht-triviale Knoten (siehe Abbildung 2). Die Gesamtkrümmung eines Knotens ist folgendermaßen definiert: Man nimmt endlich viele Punkte auf dem Knoten, verbindet sie der Reihe nach zu einem Polygon und addiert für alle Ecken die Winkel, um die die benachbarten Strecken abknicken (so dass 0 Grad für eine gerade Fortsetzung steht). Die Gesamtkrümmung des Knotens ist dann das Supremum dieser polygonalen Knickwinkelsummen über alle einbeschriebenen Polygone. Jede geschlossene Kurve hat Gesamtkrümmung mindestens 2π, mit Gleichheit genau für konvexe ebene Kurven. Damit eine solche Kurve verknotet sein kann, muss man also mindestens zweimal herumlaufen; und weil die Kurve sich nicht selbst kreuzen darf, muss sie aus der Ebene herauslaufen, was die Krümmung ein wenig größer macht, also größer als 4π. Man kann jeden Knoten immer so verformen, dass seine Gesamtkrümmung beliebig groß wird – aber sie kann nie 4π oder kleiner werden, außer der Knoten ist trivial.

Die Anekdote mit dem „versehentlichen" Beweis der Vermutung als Hausaufgabe ist eine schöne Legende (berichtet beispielsweise in der Einleitung zu dem Festband zu Ehren seines 60. Geburtstags), aber sie hat einen Schönheitsfehler: Sie stimmt leider nicht. Milnor wusste genau, was er tat, als er diesen Satz bewies. So erzählte er mir jedenfalls vor Jahren, als ich ihn danach fragte; und als ich ihn darauf ansprach, dass es doch ein Leichtes für ihn gewesen sei, diese Tatsache geradezustellen, antwortete er mit seinem typischen verschmitzten Lächeln, dass das doch eine nette Geschichte sei, und warum solle er sie kaputtmachen?[1] – Ein anderer „versehentlicher" Beweis wird später noch wichtig werden.

Ein zweites zentrales Ergebnis John Milnors betrifft die (damals auch im Englischen so genannte) „Hauptvermutung der Kombinatorischen Topologie". Eine der wesentlichen Fragestellungen der Topologie besteht darin, unterschiedliche Flächen voneinander zu unterscheiden bzw., in höheren Dimensionen, unterschiedliche Mannigfaltigkeiten. Kann man etwa die Kugeloberfläche und den Rand eines Torus ineinander verformen? Sind der zwei- und der dreidimensionale Raum $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ topologisch unterschiedlich? Zwei Räume X und Y sind homöomorph (topologisch gleich), wenn es eine Bijektion $f: X \to Y$ gibt, so dass sowohl f als auch f^{-1} stetig sind.

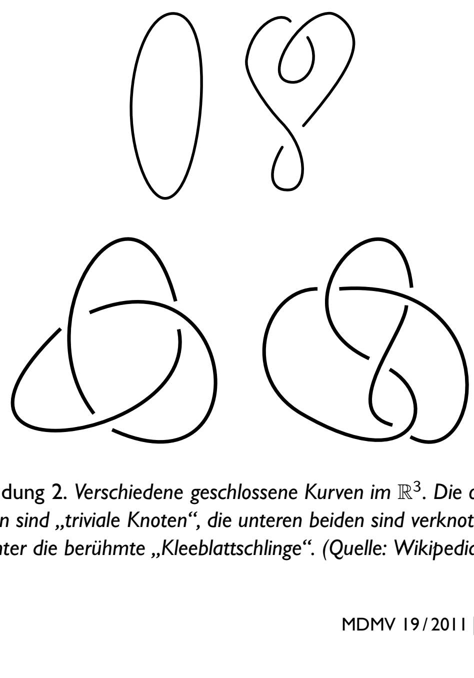

Abbildung 2. *Verschiedene geschlossene Kurven im $\mathbb{R}^3$. Die oberen beiden sind „triviale Knoten", die unteren beiden sind verknotet, darunter die berühmte „Kleeblattschlinge". (Quelle: Wikipedia.)*

Abbildung 3. *Eine triangulierte Sphäre (Rendering: Thilo Rörig)*

Die Topologie beschäftigt sich mit sehr flexiblen Objekten: Wenn man ihre Räume ein wenig verformt oder verbiegt, ohne sie zu zerreißen, ändert das die topologischen Eigenschaften nicht. Dementsprechend schwierig ist es aber, solche „verbieglichen“ Räume zu unterscheiden. Man versucht also, diesen Räumen Indizes zuzuordnen, die unter Homöomorphismem erhalten bleiben, aber leichter unterscheidbar sind: Im einfachsten Fall sind das ganze Zahlen. Sind also die Indizes zweier Räume verschieden, können die Räume nicht homöomorph sein.

Betrachten wir im einfachsten Fall eine zweidimensinale Fläche S, etwa die Oberfläche von Kugel oder Torus. Um ihr einen ganzzahligen Index zuzuordnen, „triangulieren“ wir S durch endlich viele Dreiecke, die sich höchstens an ihren Seiten berühren dürfen, und wenn sie das tun, sollen sie gerade eine ganze Seite gemeinsam haben, etwa wie in Abbildung 3.

Die einfachsten ganzzahligen Größen, die man jetzt hat, sind die Anzahlen der Dreiecke, ihrer Kanten, und ihrer Eckpunkte. Diese drei Zahlen, nennen wir sie der Reihe nach v_2, v_1 und v_0, sagen alleine nicht viel über die Fläche aus: Man kann ja zum Beispiel ein Dreieck in drei Dreiecke zerteilen, indem man in der Mitte einen neuen Punkt hinzufügt. Dann wachsen v_2, v_1 und v_0 jeweils um 2, 3 und 1. Was aber bei Unterteilung gleich bleibt, ist die *Euler-Charakteristik* $\chi(S) := v_0 - v_1 + v_2$. Egal wie man eine Kugeloberfläche (die 2-Sphäre) trianguliert, man erhält immer $\chi(S) = 2$. Analog hat die Torus-Oberfläche Euler-Charakteristik 0, ebenfalls unabhängig von der Triangulierung.

Auf diese Weise erhält man eine einzige ganze Zahl; das reicht, um geschlossene orientierbare Flächen zu unterscheiden (eine Kugel mit g Henkeln hat Charakteristik $2 - 2g$), aber sobald die Dimension größer als 2 wird, braucht man bessere Indizes; etwa um zu unterscheiden, dass $\mathbb{R}^n$ und $\mathbb{R}^m$ für $m \neq n$ nicht homöomorph zueinander sind oder äquivalent dazu die Einheits-Sphären $\mathbb{S}^{n-1} \subset \mathbb{R}^n$ und $\mathbb{S}^{m-1} \subset \mathbb{R}^m$.

Aus diesem Grund hat Henri Poincaré die „simplizialen Homologiegruppen“ eingeführt: Man beginnt mit einem topologischen Raum M (einer Fläche oder dem Analogon dazu in höheren Dimensionen, genannt „n-dimensionale Mannigfaltigkeit“), zerlege sie wie oben in Dreiecke (oder ihre höherdimensionalen Gegenstücke: In drei Dimensionen sind das Tetraeder und allgemein „n-Simplizes“); man sagt, M wird trianguliert. Poincaré definierte für jede Dimension $k = 0, 1, 2, \dots, n$ eine abelsche Gruppe, genannt die „k-dimensionale simpliziale Homologiegruppe von M“. Diese Gruppen geben viel mehr Informationen über die Mannigfaltigkeit als nur die Euler-Charakteristik. Diese Gruppen werden durch M und ihre Triangulierung bestimmt, und die entscheidende Frage ist: Hängen sie nur von M ab oder auch von der Triangulierung? (Dass überhaupt eine Triangulierung existiert, ist nicht klar, und im Allgemeinen sogar falsch). Poincaré konnte zeigen, dass die simplizialen Homologiegruppen sich nicht ändern, wenn man die Triangulierung verfeinert, also wie oben einzelne Dreiecke durch mehrere kleinere ersetzt. Um zu zeigen, dass diese Gruppen von der Triangulierung nicht abhängen, reicht es also zu zeigen, dass je zwei Triangulierungen von M eine gemeinsame Verfeinerung haben. Diese Aussage wurde als *Hauptvermutung* (der Kombinatorischen Topologie) bekannt und stellte sich für mehr als ein halbes Jahrhundert als ein Stolperstein der Topologie heraus. (Weil man diesen Stolperstein nicht überwinden konnte, wurde in den folgenden Jahrzehnten eine leistungsfähigere Theorie entwickelt, die *singuläre Homologie*. Sie liefert im Allgemeinen die gleichen Gruppen und ist per definitionem invariant unter Homömorphismen; allerdings ist sie anfangs weniger intuitiv.) Im Jahre 1961 entdeckte John Milnor, warum die Hauptvermutung so schwer zu beweisen war: Sie ist falsch! Erstaunlicherweise gibt es Mannigfaltigkeiten mit zwei verschiedenen Triangulierungen, die keine gemeinsame Verfeinerung haben! Milnor fand Beispiele in Dimension 6 und größer.

An dieser Stelle sei ein kleiner Ausflug in ein anderes aktuelles Thema erlaubt: Die Fragestellung ist naheliegend, ob sich denn nun alle Mannigfaltigkeiten anhand ihrer Homologiegruppen unterscheiden lassen. Betrachten wir den Fall, dass die Mannigfaltigkeiten „orientierbar“ sind (man kann durch Wandern innerhalb der Mannigfaltigkeit nicht vom Rechts- zum Linkshänder werden) und „geschlossen“ („kompakt und ohne Rand“). Für Flächen, also 2-dimensionale Mannigfaltigkeiten, lautet die Antwort „ja“ und wird bereits durch die Euler-Charakteristik gegeben. Schon bei 3-Mannigfaltigkeiten ist die Frage extrem schwierig, und der einfachste Fall ist als „Poincaré-Vermutung“ bekannt geworden: *Ist eine geschlossene orientierbare 3-Mannigfaltigkeit, die die gleichen Homologiegruppen wie die 3-dimensionale Sphäre hat, homöomorph zur 3-Sphäre?* Poincaré selber hat schnell gesehen, dass man die Homologie-Voraussetzung derart verschärfen muss, dass die Mannigfaltigkeit „einfach zusammenhängend“ ist, sich jede geschlossene Kurve also zu einem Punkt zusammenziehen lässt. Diese Frage hat das 20. Jahrhundert ohne Lösung überstanden; statt sie zu lösen, haben Mathematiker sie verallgemeinert: in Dimensionen $n \geq 5$ wurde sie von Steve Smale bewiesen (jedenfalls für glatte Mannigfaltigkeiten), in Dimension $n = 4$ von Michael Freedman, aber in Dimension 3 blieb sie offen – bis zu den entscheidenden Arbeiten von Grigory Perelman vor wenigen Jahren (alle drei sind mit der Fields-Medaille ausgezeichnet worden; Perelman hat diese Auszeichnung allerdings abgelehnt). In der Tat bewies Perelman eine viel stärkere Vermutung von William Thurston (ebenfalls ein Fields-Medaillist und in jungen Jahren Postdoc bei Milnor), die als „Geometrisierung-Vermutung" bekannt wurde und sich kurz wie folgt zusammenfassen lässt: *Jede geschlossene 3-Mannigfaltigkeit lässt sich in natürlicher Weise in endlich viele Teile zerlegen, so dass jeder dieser Teile eine natürliche geometrische Struktur hat.* Thurston selbst hatte gezeigt, dass nur acht verschiedene Geometrien in Frage kommen. Eine der grundlegenden Arbeiten zur Zerlegung einer 3-Mannigfaltigkeit in "Primfaktoren" kommt dabei von John Milnor (basierend auf einer früheren Arbeit von Hellmuth Kneser).

Das berühmteste Ergebnis von John Milnor sind wohl die „exotischen Sphären"; diese Arbeit wurde auch in seiner Laudatio zur Verleihung der Fields-Medaille gewürdigt. Das zugrundeliegende Thema ist wieder, wie gut sich die extrem flexiblen topologische Räume und stetige Abbildungen durch leichter handhabbare Objekte annähern lassen. Oben ging es etwa darum, topologische Räume (bis auf unwesentliche Verformungen) aus Dreiecken zusammenzubauen, um sie anschließend besser untersuchen zu können. Eine ähnliche Fragestellung ist, ob man stetige Abbildungen immer beliebig wenig verformen kann, so dass sie danach differenzierbar werden („glatt"). Gegeben seien also zwei „differenzierbare Mannigfaltigkeiten" X und Y, also n-dimensionale topologische Räume wie oben, aber so glatt, dass man dort differenzierbare Funktionen definieren kann. Wenn es also einen Homöomorphismus $f: X \to Y$ gibt (also X und Y topologisch ununterscheidbar sind), gibt es dann auch einen Diffeomorphismus zwischen X und Y (einen „glatten" Homöomorphismus)? Lokal, also für kleine Teile von X und Y, ist das definitionsgemäß möglich, denn beide Räume sind als glatt vorausgesetzt. Aber global, also für die ganzen Räume? Die gängige Erwartung war, dass man Homöomorphismen stets durch leichte Verformungen „glattziehen" und dadurch differenzierbar machen kann. (In einem Brief von Poincaré an Brouwer hat ersterer eine entsprechende Frage als nicht diskussionwürdig einfach abgetan.)

Die Leser/innen ahnen es: Diese Erwartung ist falsch, und Milnors Gegenbeispiel sind 7-dimensionale Sphären $\mathbb{S}^7$ (eine solche ist ein topologischer Raum, der homöomorph ist zur Menge aller Punkte im $\mathbb{R}^8$ mit festem Abstand zu einem gegebenen Punkt). Alle 7-Sphären sind also per definitionem zueinander homöomorph. Milnor betrachtet glatte 7-dimensionale Sphären, auf denen also differenzierbare Abbildungen Sinn ergeben. Allerdings ist es erstaunlicherweise unmöglich, diese Homöorphismen so zu glätten, dass sie (samt ihrer Umkehrungen) differenzierbar sind. Er hat also topologische Räume gefunden, zwischen denen es einen Homöomorphismus gibt, und

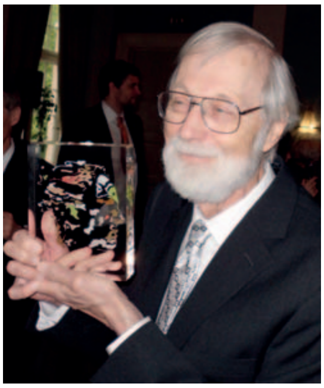

Abbildung 4. *Der Preisträger mit seiner Trophäe (Foto des Autors)*

definitionsgemäß auch lokal immer Diffeomorphismen, aber global eben nicht. Später fanden Milnor und Kervaire heraus, dass es 28 unterschiedliche Möglichkeiten für 7-Sphären gibt, von denen eine die Standard-Sphäre ist und die übrigen „exotisch" sind. (Diese 28 Sphären bilden eine Gruppe in Bezug auf die „zusammenhängende Summe".)

Milnors Leistung bestand also nicht nur in der Entdeckung exotischer Räume, sondern sie bedeutete letztlich, dass das Gebiet der Topologie eben sehr unterschiedlich ist, je nachdem, ob man stetige oder nur differenzierbare Abbildungen zulässt. Dies war die Geburt der Differentialtopologie. Diese fundamentale und viel-gefeierte Entdeckung geschah „versehentlich". Milnor untersuchte Faserbündel über $\mathbb{S}^4$ mit Faser $\mathbb{S}^3$. Dies ist eine 7-dimensionale Mannigfaltigfaltigkeit M^7 mit Projektionsabbildung $\pi: M^7 \to \mathbb{S}^4$, so dass lokal das Urbild von offenen $U \subset \mathbb{S}^4$ aussieht wie ein Produkt mit $\mathbb{S}^3$. Die 4-Sphäre $\mathbb{S}^4$ kann man zerlegen in die obere und untere geschlossene Halb-Sphäre, die jeweils homöomorph zu einer geschlossenen Kreisschreibe D^4 sind; diese beiden D^4 schneiden sich in ihrem gemeinsamen Rand, der gerade $\mathbb{S}^3$ ist. Die beiden Hälften von M^7 sind einfach das Produkt $D^4 \times \mathbb{S}^3$. (Leserinnen und Lesern, denen die Vorstellung von 7-dimensionalen Mannigfaltigkeiten schwerfällt, können in der Vorstellung Dimensionen reduzieren: die 2-Sphäre $\mathbb{S}^2$ besteht aus zwei 2-Scheiben D^2, die sich gerade in einer Kreislinie, also $\mathbb{S}^1$, schneiden (etwa die obere und untere Halbsphäre). Das Produkt $D^2 \times \mathbb{S}^1$ ist ein Volltorus, und zwei davon kann man bekanntlich zu einer 3-Sphäre $\mathbb{S}^3 \cong \mathbb{R}^3 \cup \{\infty\}$ zusammensetzen.) Bei Milnor ging es also darum, seine beiden 7-dimensionalen Volltori zusammenzusetzen. Dazu muss er angeben, wie er die Ränder $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ der beiden Volltori „zusammenklebt". Am einfachsten verwendet er dazu Quaternionen, eine Art (reell) vierdimensionale Verallgemeinerung komplexer Zahlen. Diese bilden eine „Schiefkörper", die Multiplikation ist also nicht kommutativ. So wie D^2 und $\mathbb{S}^1$ gerade die komplexen Zahlen mit Betrag kleinergleich 1 bzw. gleich 1 sind, sind D^4 und $\mathbb{S}^3$ die Quaternionen mit Betrag kleinergleich 1 bzw. gleich 1.

Bezeichnen also $(x, y), (x', y') \in \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ Punkte im Rand der beiden Volltori (mit Quaternionen x, y, x', y'), so müssen diese aneinandergeklebt werden, im einfachsten Fall durch eine Abbildung $f(x,y) = (x',y') = (x, x^k y x^l)$. Dies liefert stets eine 7-Mannigfaltigkeit, nennen wir sie M^7, aber sie hat nur dann die Homologiegruppen von Sphären, wenn $k + l = 1$ (das rechnet man leicht mit der Mayer-Vietoris-Sequenz nach). Dass für $f(x,y) = (x, xyx^{1-k})$ tatsächlich stets topologische 7-Sphären herauskommen, zeigte Milnor durch ein Argument der Morse-Theorie: Man schneidet die M^7 „von oben nach unten" (in sieben Dimensionen), und ganz oben und unten ist der Schnitt ein Punkt, dazwischen eine 6-Sphäre (analog wie eine 2-Sphäre, von oben nach unten aufgeschnitten, lauter Kreislinien, also 1-Sphären, liefert). Dieses Argument zeigt sogar, dass der Homöomorphismus zwischen M^7 und $\mathbb{S}^7$ überall „glatt" ist, außer eventuell an einem Punkt – aber eben nicht überall.

Jede geschlossene 7-Mannigfaltigkeit M^7 ist nach einem Satz von Thom der Rand einer 8-Mannigfaltigkeit B^8, und eine solche erfüllt eine Signaturformel in ganzen Zahlen. Diese hat Milnor nachgerechnet, und zu seinem Erstaunen stimmte sie nicht einmal modulo 7. Für einige Zeit war er verwirrt, befürchtete, einen Widerspruch in der Mathematik entdeckt oder die verallgemeinerte Poincaré-Vermutung in Dimension 7 widerlegt zu haben, bis ihm langsam klar wurde, dass das Argument mit der Signaturformel nur für glatte Mannigfaltigkeiten gilt, also konnte der Homöomorphismus von M^7 nach $\mathbb{S}^7$ nicht glatt sein. Die Überwindung dieses scheinbaren Widerspruchs samt der damit verbundenen Vorurteile („jeden Höomorphismus kann man lokal glätten") war die Geburt der Differentialtopologie – und sie geschah gleichsam aus Versehen. Später entdeckte Brieskorn, dass alle 28 Sphären als Schnitte der komplexen Mannigfaltigkeiten $a^2 + b^2 + c^2 + d^3 + e^{6k-1} = 0$ mit kleinen Sphären um den Nullpunkt entstehen für $k = 1, 2, \dots, 28$.

Man könnte noch viel zu den mathematischen Leistungen John Milnors berichten, die sich auf viele weitere Gebiete der Mathematik erstrecken, beispielsweise die mathematische Spieltheorie. Im Jahre 1994 erhielt John Nash den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften für grundlegende Ergebnisse zur Spieltheorie (es gibt zwar keinen Nobelpreis für Mathematik, aber etliche Mathematiker sind mit Nobelpreisen ausgezeichnet worden, meist für Physik oder Wirtschaftswissenschaften). Über John Nash hat Sylvia Nazar das lesenswerte Buch *A beautiful mind* geschrieben. Zu einem nicht unerheblichen Teil liest sich dieses Buch auch wie eine Biographie John Milnors, weil er viele Jahre an ähnlichen Themen und Institutionen wie Nash gearbeitet hat und beide gut befreundet waren. Ganz wichtig sind auch Milnors Arbeiten zur K-Theorie, auf die wir hier nicht näher eingehen können: Erwähnt sei nur, dass auf diesem Gebiet eine fundamentale Vermutung von Milnor für über 20 Jahre offen war. Um 1996 wurde sie von Voevodsky bewiesen, was zu dessen Fields-Medaille führte.

In den vergangenen 30 Jahren hat John Milnor hauptsächlich über dynamische Systeme gearbeitet: Anfangs Iterationstheorie reeller Abbildungen zusammen mit seinem damaligen Postdoktoranden William Thurston, später – als Douady und Hubbard zeigten, wie komplexe Methoden elegant Fragen der reellen Dynamik lösen – wandte er sich der komplexen Iterationstheorie zu. Hier hat er weniger bestehende Vermutungen widerlegt (vielleicht einfach, weil das Gebiet selber zu jung war?), als vielmehr dazu beigetragen, das Gebiet zu strukturieren und ihm Richtung zu geben. Einer seiner wesentlichen Beiträge war, wie in vielen anderen Gebieten auch, *das* grundlegende Standardwerk, in diesem Falle „Dynamics on the Riemann Sphere", das als Einführung für quasi alle jungen Forscherinnen und Forscher auf dem Gebiet diente und dient (der Schreiber dieser Zeilen ist da keine Ausnahme). Milnor selbst sagt, er schreibe diese Bücher, um seine eigenen Gedanken zu ordnen und sich selbst beim Verstehen zu helfen; dabei hilft er anderen erst recht. Milnor ist ein anerkannter Meister mathematischen Schreibens. Nebenbei war und ist er Pionier in einer ganz anderen Richtung, nämlich der computergestützten „experimentellen Mathematik". Nicht zuletzt durch unzählige Experimente, die er alle selber programmiert, hat er viele Phänomene entdeckt und formuliert, die der Entwicklung der holomorphen Dynamik als Orientierung dienten (und so manchem Doktoranden die Genugtuung gaben, eine Vermutung von Milnor bewiesen zu haben).

Dass die Fields-Medaille nur an unter 40-Jährige verliehen wird, hat zum Ziel, die Preisträger zu weiterer Arbeit zu motivieren. Direkt nach der Preisverleihung in Oslo gefragt, ob auch der Abel-Preis ihn entsprechend motiviere, antwortete Milnor vergnügt, dass er das nicht brauche, denn er sei motiviert genug; später nannte er mir eine lange Liste von Projekten, an denen er gleichzeitig arbeitet.

Ich wünsche ihm noch viele weitere aktive Jahre als Pionier und freue mich bereits auf die Konferenz zu Ehren seines 85. Geburtstags.

Anmerkung

1. Eine ähnliche Geschichte, dass er eine offene Vermutung als Hausaufgabe interpretierte, wird auch von George Dantzig erzählt; allerdings war er zu dieser Zeit bereits Doktorand.

Dierk Schleicher, Jacobs University, Research I, Postfach 750 561, 28725 Bremen. dierk@jacobs-university.de

Dierk Schleicher promovierte 1994 an der Cornell University in New York und war danach Postdoc in Berkeley und an der TU München, dann Gastprofessor an Milnors Institut in Stony Brook und an der LMU München, bevor er 2001 als erster Professor an die Jacobs University Bremen ging. Längere Forschungsaufenthalte führten ihn an das IHES und später das IHP in Paris und an das Fields-Institut in Toronto. Er war einer der verantwortlichen Organisatoren der Internationalen Mathematik-Olympiade 2009 in Bremen. Der Schwerpunkt seiner Forschung ist die holomorphe Dynamik.