Norwegische Mathematik II

Von den Anfängen im Mittelalter bis zum 14. Jahrhundert

Rolf Nossum und Reinhard Siegmund-Schultze

Einführung[1]

Das einst in der Universalgeschichtsschreibung vorherrschende Klischee vom „dunklen Mittelalter“ ist mittlerweile nicht zuletzt durch mathematikhistorische Arbeiten über die arabisch-islamische Mathematik weitgehend überwunden. Bereits im historischen Vorfeld der Renaissance wurden von den Arabern das indische dezimale Positionssystem und Teile der antiken griechischen Wissenschaft nach Europa gebracht. Die Rezeption erfolgte dann weitgehend unter Vermittlung lateinischer Texte im christlich dominierten europäischen Mittelalter. Der jeweilige Zeitpunkt der Christianisierung und die schrittweise Entwicklung der das lateinische Alphabet benutzenden Nationalsprachen bestimmten jenen Wahrnehmungsprozess maßgeblich.

Fast nichts findet man in der Literatur über frühe Mathematik in Nordeuropa, insbesondere in Norwegen.[2]

Ganz besonders gilt das für die vorchristliche Zeit – bekanntlich sind die norwegischen Wikinger, die seit etwa 800 das Gebiet des heutigen Norwegens beherrschten, unter den beiden Olafs (Olaf Trygvasson und Olaf der Heilige) erst Anfang des 11. Jahrhunderts zum Christentum übergetreten. Seit Mitte des 14. Jahrhunderts bis 1814 wurde Norwegen von Dänemark beherrscht, und die alte norwegische Sprache (Norrøn) als Schriftsprache weitgehend durch das Dänische ersetzt.

In diesem Artikel möchten wir einige Quellen und Sekundärliteratur vorstellen, die etwas über die Anfänge norwegischer Mathematik aussagen können.

Keyser (1866) und Menninger (1958) über norwegische Zahlensysteme und Zahlzeichen

Man muss wohl davon ausgehen, dass das folgende Urteil Rudolf Keysers (1803–1864), des Begründers der „norwegischen Schule der Universalgeschichte“, in dem kurzen Abschnitt „Mathematik“ seines 1866 postum erschienenen Buchs „Die Wissenschaft und Literatur der Norweger im Mittelalter“ [4], noch heute im Wesentlichen gültig ist:

> Wie weit sich die mathematischen Kenntnisse der Norweger unter dem Heidentum erstreckten ist uns unbekannt. Sie sind wohl kaum über das Allernotwendigste hinausgegangen, die einfachste Rechenkunst. Ein Zahlsystem hatten sie, das eine merkwürdige Mischung zwischen einem Zehner- und einem Zwölfersystem gewesen zu sein scheint, indem sie sowohl mit Zehnern (tigir) als auch mit Zwölfern (tylftir) zählten. Uns ist das erst in christlicher Zeit überliefert worden und damals ist es möglicherweise schon durch ausländische Wissenschaft beeinflusst gewesen. In dem uns bekannten Gebrauch wurden 12 Zehner auf ein Hundert gerechnet, was also 120 bedeutete, seltener dagegen 10 Zehner; in der ersten Rechenart wurde die Zahl tólfrœð genannt, in der zweiten tírœð. Ob die Norweger unter dem Heidentum Zahlzeichen benutzt haben und wie diese in diesem Fall ausgesehen haben weiß man nicht.

Die meisten Quellen zeigen eine Vorliebe der alten Norweger für das „Großhundert“ (120), das offenbare Rechenvorteile für die elementare Teilbarkeit hat ([3], S. 819, [1], Sp.116). Auch als Basis für ein Positionssystem wäre die 12 offensichtlich brauchbar gewesen, da sie die Ziffernanzahl nicht wesentlich gegenüber dem Dezimalsystem erhöht. Dennoch haben dieses und das „Kleinhundert“ (100) – wohl nicht zuletzt wegen der Fingerzählung, wegen der Einführung des Kirchenzehnten und durch den Einfluss der römischen Zahlen („Centum“ im Sinne von 100) – schließlich auch in Norwegen die Oberhand gewonnen. Ansätze zu einem Duodezimalsystem (das ja wenigstens das Quadrat 144 enthalten müsste) fehlen dagegen ([3] 821). Die im Englischen als „gross“ bezeichnete Einheit 144 scheint nicht skandinavischen, sondern romanischen Ursprungs zu sein.

Runen, Verschlüsselungen

Die ältesten Runeninschriften stammen aus dem 2. Jahrhundert unserer Zeitrechnung. Runen waren im gesamten germanischen Kulturkreis über mehr als 1000 Jahre im Gebrauch. Bis in das 8. Jahrhundert war das dominierende Alphabet das sogenannte ältere „Futhark“, genannt nach den ersten sechs Buchstaben eines 24 Zeichen umfassenden Alphabets.

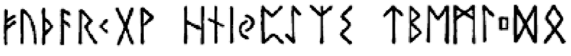

Abbildung 1. *Ältere Futhark (Quelle: Arne Torp, Kap. 2 in [30])*

Abbildung 2. *Zweigrunen für das Jüngere Futhark (Quelle Arild Hauge: http://www.arild-hauge.com/lonnr.htm [Letzter Zugriff 6. April 2010])*

Abbildung 3. *Rök-Stein (Quelle des Bildes: [6] II, S. 82)*

Die Inschriften bis zum 8. Jahrhundert weisen nur wenige Dialektunterschiede auf. Gleichzeitig mit der Diversifizierung der altnordischen Sprache in Westnordisch, Ostnordisch und Gotländisch entstand in Skandinavien ein vereinfachtes Runenalphabet, das sogenannte „jüngere Futhark" mit lediglich sechzehn Runen. Es ist keine Literatur nennenswerten Umfangs in Runen überliefert, deshalb hat man auch allen Grund anzunehmen, dass die Wissensvermittlung zur Zeit der Wikinger hauptsächlich mündlich erfolgte, während das Schreiben und Lesen von Runen eine Kunst war, die Wenigen vorbehalten war. Alle Zahlenangaben und rudimentäres naturwissenschaftlich/astronomisches Wissen wurden also rein verbal ausgedrückt und die Zahlworte gelegentlich in Runen geschrieben. Spätere Forschungen bestätigen weitgehend Keysers Vermutung, dass es spezielle Zahlzeichen, zumindest bei den Norwegern und Schweden, nicht gegeben hat. Die von Menninger der Abbildung des Runensteins von Rök (Schweden) beigegebene Erläuterung „Oben durch Zahlzeichen ersetzte Geheimrunen" ([6] II, 82) ist missverständlich.

Die Runen, die er hier meint, sind sogenannte Zweigrunen (kvistruner), die sich nach der Anzahl von Zweigen unterscheiden und als einfache Verschlüsselung nach einer 1–1-Tabelle die Buchstaben des Futhark-Alphabets ersetzen. Es gab mehrere Versionen der Zweigrunen, siehe beispielsweise Abbildung 2.

Menninger [6] stellt fest, dass einige germanische Stämme, wie die Goten, durch Buchstaben oder Runen ausgedrückte Zahlzeichen besaßen,[3] nicht jedoch die Wikinger ([6] II, 85).

Trotz ihrer im Allgemeinen wenig engen Beziehung zur Mathematik findet man Runen auch in Verbindung mit einer speziellen Kalenderrechnung. Sie erscheinen als Symbole auf sogenannten „primstaver", die die Ewigkeitskalender des mittelalterlichen Nordens waren. In diesem Kontext kamen Runen einer Verwendung als Zahlen am nächsten, und hier sind Berechnungen in indirekter Weise und in speziellem astronomischem Kontext mit Hilfe von Runen beschrieben.

Bekanntlich lassen sich die Mondphasen periodisch mit dem Sonnenjahr synchronisieren, mit einer Periode von 235 synodischen Monaten (6939,69 Tage), was nahezu genau 19 tropischen Jahren entspricht (6939,60 Tage). Das wurde schon von dem Griechen Meton im fünften Jahrhundert vor unserer Zeitrechnung beschrieben. Metons Zyklus liegt den Primstav-Kalendern zugrunde. Diese sind oft wie schwertähnliche Holzstücke geformt, mit eingeritzten Symbolen auf beiden Seiten, den sogenannten Winter- und Sommerseiten. Ursprünglich waren Runen die einzigen Symbole, später waren sie oft mit lateinischen Buchstaben gemischt. Der Brauch, Runen auf Primstav-Kalender zu ritzen, hielt sich besonders in Schweden noch lange nachdem die Runen schon aus dem allgemeinen Bewusstsein verschwunden waren. Das Wort „prímstafr" = primstav hat seine Wurzeln wahrscheinlich in dem lateinischen „primatio lunae" = Neumond und in dem altnordischen „stafr" = Zeichen.

Die laufende Jahreszahl in Metons Zyklus wird „goldene Zahl" („numerus aureus", „gyllentallet") genannt, und die 19 goldenen Zahlen sind auf vielen Primstav-Kalendern durch Runen symbolisiert, zusammen mit Zeichen für die sieben Wochentage. Auch besonders erinnerungswürdige Tage sind durch Runen markiert, wobei es sich oft

Abbildung 4. *Primstav des Lund Historiska Museum (http://sv.wikipedia.org/wiki/Runstav, Lizenz CC-BY-SA)*

um eine Mischung von heidnischen und christlichen Festtagen handelt. Mit Hilfe dieser Markierungen und durch Beobachtung des Neumondes in jedem Mondzyklus können die Daten des Vollmondes und bewegliche Feiertage wie Ostern und Pfingsten bestimmt werden. Es sind viele Primstaver mit goldenen Zahlen in Norwegen erhalten, und in unserer Zeit kann man diese Ewigkeitskalender in jeder Souvenirboutique in den langen skandinavischen Tälern kaufen.

Arithmetik in altnorwegischen Gesetzestexten

Mit den Stabkalendern und den bei den alten Norwegern fehlenden Zahlzeichen sind wir bei den lateinischen Einflüssen des beginnenden Hochmittelalters nach 1000 angelangt.

Von Keyser nicht unter „Mathematik" erwähnt sind die elementaren arithmetischen Anweisungen in altnorwegischen Rechtsbüchern, insbesondere des Gulathing und des Frostathing. Das Gulathingsbók ist vollständig nur in einer Handschrift überliefert (Kopenhagen) und wurde wahrscheinlich in der Mitte des 13.Jahrhunderts geschrieben ([8], xii). Eine arithmetisch besonders detaillierte und kulturhistorisch interessante Seite der altnorwegischen Gesetzgebung ist die Bezahlung von Geldstrafen, mit denen sich die Wikinger von einem Mord oder Totschlag freikaufen mussten.

Die „Bußrechnung" für zu zahlende Gelder nach einem Mord wird im Gulathingsbók getrennt für verschiedene festgelegte Gesamtbußgelder (6, 5, 4 oder 3 Mark Gold) aufgeschlüsselt für alle Verwandten des Getöteten. Die ganzen Zahlen wurden im Gesetzestext noch mit römischen Zahlzeichen geschrieben[4].

Es ist auch „Oberzählung" ([6] I, S. 88) bei der verbalen Darstellung von Zahlen üblich („zweiundzwanzig und eine halbe Mark weniger eine Ertog", [8], S.189). Die kleineren Einheiten werden im Text zuerst genannt, z. B. „sieben Pfennige und achtzehn Øre" ([8], 185).

Die damals verwendeten Einheiten waren in erster Linie Gewichtseinheiten und standen gewöhnlich in folgenden Relationen: Eine Mark (ca 216 Gramm) Gold = 8 Mark Silber.[5] Eine Mark in Silber = 8 øre Silber (als Gewicht etwa eine Unze,[6] øre ist verwandt mit lateinisch aurum = Gold), 1 øre = 3 ertog, 1 ertog = 10 penning ([8], S. xvii/xviii). Wie Steinnes hervorhebt, wurde aber auch das Verhältnis 1 ertog = 20 penning verwendet, und dieses Verhältnis war anscheinend zur Zeit der Niederschrift des Gulathingbók dominierend ([28], S. 62). In der Tat muss letzteres auf die Bußgelder im Gulathingsbók zutreffen. Eine Silbermark hat somit im Gulathingsbók 480 penning.[7] Im Folgenden reproduzieren wir einen Ausschnitt aus dem von R. Meißner ins Deutsche übersetzten Text des Gulathingbók für die Verteilung der festgelegten Strafe von fünf Goldmark auf die Angehörigen des Opfers. In diesem Fall wird also der Wert eines Menschenlebens zu 40 Unzen Gold bemessen, die heute etwa den Wert von 38 500 Euro haben.

> Dieses Gold soll der bekommen, der der Sohn des Toten heißt und die Buße entgegennimmt, wenn fünf Mark Goldes durch Urteil festgesetzt sind für den, dem das Leben genommen ist, und in diesen fünf Mark Goldes sind einbegriffen sowohl Bußen und Ringe und alle Sühnegelder. Da soll der Sohn des Toten bekommen zehn Mark (Silber: richtig hinzugefügt von Meißner; die Verf.) gewogen. Und der Bruder des Toten fünf Mark gewogen. Und der Vaterbruder des Toten, wenn er lebt, und seine Söhne ein Öre und dreieinhalb Mark und sechseindrittel Pfennig. Und wenn der Vaterbruder verstorben ist und die Söhne von ihm leben, die ächten Vettern des Toten, da sollen sie haben sieben Pfennige und achtzehn Öre. Und wenn nur der Vaterbruder (hier Schreibfehler bei Meißner: Vatersohn) lebt, kinderlos, da soll er haben sechseinhalb Pfennig und elf Öre . . . ([8],188)

Brun fasst die Werte in einer Tabelle zusammen und weist darauf hin, dass der Text mehrere Rechen- oder Abschreibfehler enthält. ([13], S. 16)

Der „Algorismus" des Hauksbók und die Einführung des dezimalen Positionssystems in die altnorwegische Sprache

Keyser setzt seine Darstellung der frühen norwegischen Mathematik in folgender Weise fort:

> Mit dem Christentum und den lateinischen Buchstaben erhielten die Norweger auch die lateinischen oder römischen Zahlzeichen, ausgedrückt durch gewisse Buchstaben des Alphabets. Die Geistlichen wurden während ihrer Studien im Ausland mit den ersten Grundprinzipien der Arithmetik und Geometrie bekannt, denn die Mathematik war unter den Wissenschaften, die an den Hochschulen gelehrt wurde. Bereits am Ende des 13. oder am Anfang des 14. Jahrhunderts begann man in Norwegen arabische Zahlzeichen zu verwenden und machte sich mit der damit verbundenen Rechenkunst bekannt. Vom Anfang des 14. Jahrhunderts haben wir auch ein paar mathematische Abhandlungen in der altnorwegischen Sprache, die, auch wenn sie nichts anderes enthalten als Auszüge oder Übersetzungen ausländischer Schriften, doch deutlich zeigen, dass das Studium der Mathematik zu jener Zeit in Norwegen nicht vollständig versäumt worden ist.

Nur eine der von Keyser in diesem Zitat als frühe Zeugnisse altnorwegischer Mathematik genannte Abhandlungen kann aber mit Sicherheit mit Norwegen ver-

Abbildung 5. *Haukr (oder norwegisch Hauk, mit der Bedeutung Habicht) Erlendsson war ein Isländer, nach 1300 hoher Beamter in Norwegen, seit 1303 lagmann (Vorsitzender Richter) im Gulathing, Mitglied des norwegischen Reichsrates und Ritter seit 1306. Helgason ([23], vi) bezweifelt, dass Hauks Vater Norweger war, was verschiedentlich behauptet worden ist. (Quelle des Bildes mit Hauks Siegel ist [16], Tafel IV, no. 65.)*

knüpft werden, nämlich der unten etwas eingehender zu beschreibende „Algorismus" innerhalb des isländisch/norwegischen „Haukbuchs" (Hauksbók) von ungefähr 1300.

Das Hauksbók[8] wird im Allgemeinen lediglich als Übersetzung eines lateinischen Textes interpretiert, die von Hauk veranlasst wurde und teilweise (das Manuskript besteht aus verschiedenen Handschriften) von ihm selbst stammt. Dies trifft zwar sachlich im Wesentlichen zu, und der mathematische Teil (Algorismus) zielt hauptsächlich auf die Einführung des indisch-arabischen Dezimalsystems in einen inhaltlich viel breiteren Text des Haukbuches. Immerhin hat P. A. Munch den Algorismus für wichtig genug erachtet, ihn getrennt vom Haukbuch zu edieren.

Munch betrachtete den Algorismus als Dokumentation wissenschaftlich-mathematischer Bemühungen der alten Norweger, und in der Tat gibt es nur wenige nichtlateinische Texte in Europa aus jener Zeit um 1300, die das dezimale Positionssystem verwenden. Munch betonte als norwegischer Historiker die Eigenständigkeit der Traditionen seines Landes gegenüber den Dänen. Er vermied das Wort „isländisch" für die im Haukbuch verwendete Sprache und betonte, dass die alte isländische Literatur im Grunde altnorwegisch war. Während Munch seine dänische (also in der damaligen Zeit gleichzeitig norwegische) Übersetzung des Algorismus im Jahre 1848 publizierte, haben Otto Bekken und Marit Christoffersen 1985 eine neue, norwegische Übersetzung aus dem Altnorwegischen (Norrøn) angefertigt und in der Schriftenreihe der damaligen Distriktshochschule und heutigen Agder Universität in Kristiansand zusammen mit dem Norrøn-Original publiziert [14].

Im mittelalterlichen Europa gab es vor der Erfindung des Buchdrucks im 15. Jh. verschiedenartige Schriften, die sich mit arithmetischen Fragen beschäftigten.[9] Zum einen gab es zahlentheoretische Werke, die in der Tradition der Pythagoreer stehen und die vor allem durch die „Arithmetik" Boethius' im ganzen Mittelalter bekannt waren. Eine andere Gruppe von Texten sind die „Computi", in denen gelehrt wird, wie man das Datum des Osterfests und der damit verbundenen christlichen Feiertage berechnen kann.

Schließlich gab es die „Algorismi", in denen erklärt wird, wie man Zahlen mithilfe des aus Indien stammenden und durch die Araber weitergegebenen dezimalen Positionssystems schreiben und mit ihnen rechnen kann. Der Name „Algorismus" ist vom Namen des arabisch-islamischen Mathematikers Al-Khwarizmi abgeleitet, der in Bagdad im 9. Jahrhundert die erste bekannte Arbeit über das Rechnen mit den indisch-arabischen Ziffern verfasste. Ausgehend von der Übersetzung dieser Schrift aus dem Arabischen ins Lateinische, die im 12. Jahrhundert erfolgte, entstanden vom 12. bis zum 15. Jahrhundert zahlreiche „Algorismus"-Schriften zunächst in lateinischer Sprache, später auch in den Nationalsprachen. Am verbreitetsten waren zwei Schriften, die in der ersten Hälfte des 13. Jahrhunderts geschrieben wurden: der „Algorismus vulgaris" von Johannes de Sacrobosco und das „Carmen de algorismo" von Alexander de Villa Dei.[10]

Wir gehen nicht im Detail auf die Frage nach der lateinischen literarischen Vorlage des Algorismus des Haukbuchs ein, zumal es sich keinesfalls um eine wörtliche Übersetzung handeln kann. [21], [22] sowie [14] geben

Abbildung 6. *Der Schüler Keysers und führende norwegische Allgemeinhistoriker Peter Andreas Munch (1810–1863). Munch war der Onkel des Malers Edvard Munch. Sein Hauptwerk ist die „Geschichte des norwegischen Volkes" (1852–1863).*

gute Gründe dafür an, dass das „Carmen de algorismo" des Alexander de Villa Dei die Hauptquelle des Algorismus gewesen ist, da das Haukbuch auch die „sieben Rechenarten" des „Carmen" enthält und zwar in genau derselben Reihenfolge wie dort: Addition, Subtraktion, Verdopplung, Halbierung, Multiplikation, Division und Wurzelziehen. Die ihrer Natur nach spezielleren Rechenarten Verdoppelung und Halbierung sind von den Arabern zu den Grundrechenarten hinzugefügt worden und gehen damit keinesfalls auf irgendwelche archaischen nordischen Quellen zurück. Darüber hinaus enthält der Algorismus des Haukbuchs einige Abschnitte über ganzzahlige Quadrat- und Kubikwurzeln und pythagoreisch-platonische Kosmologie, die sich in Alexander de Villa Deis Carmen nicht befinden. Anders als bei den Arabern findet man keine Bruchrechnung im Algorismus des Haukbuch.

Wir geben hier lediglich den Anfang des Algorismus des Haukbuchs im Faksimile wieder und gehen dann kurz an einem Beispiel auf die Regeln für die Multiplikation ein (weitere Details findet man in [14]).

Da der Text von Alexander de Villa Dei ein Gedicht war und auf das Versmaß geachtet werden musste, ist die Zahl „Zehn" hier verbal als „bis quinque" (zweimal fünf) ausgedrückt. Dies weist also nicht notwendig auf einen Zusammenhang mit der Fingeranzahl hin, so höchstwahrscheinlich diese auch mit dem Positionssystem historisch in Verbindung steht. Im Algorismus des Haukbuches steht an dieser Stelle die römische Zahl X, die hier noch nicht durch 10 erläutert wird. Im rein verbalen Text des Carmen de Algorismo des Alexander de Villa Dei findet man dagegen – abgesehen von der Einführung der indischen Ziffern in den Anfangszeilen – überhaupt keine Zahlensymbole, weder römische noch indisch-arabische.

Der ersten Zeilen des Algorismus zeigen zunächst die damalige Schreibweise der indisch-arabischen Zahlzeichen.[11]

Die daraufhin folgende Einführung der vier Grundbegriffe „figuru" (seltener stafr), fingr (wörtlich Finger), lið (heute norwegisch ledd = Glied) und „(samsett) tala" für „Ziffer", „Einer", „Zehner" und (zusammengesetzte, also allgemeine, dezimale) „Zahl" (in derselben Reihenfolge) demonstriert, dass die von Haukr Erlendsson verwendeten Begriffe reine Übersetzungen der lateinischen Begriffe „figura", „digitus", „articulus" und „compositus" (in derselben Reihenfolge) sind[12] und keineswegs irgendeine besondere, in einem speziellen nordischen Rechensystem begründete Bedeutung haben. Es ist hinzuzufügen, dass dieser Zusammenhang mit dem Lateinischen im Englischen (digits) heute immer noch viel deutlicher ist als im Deutschen. Es sei darauf hingewiesen, dass das im altnorwegischen Text des Haukbuchs auftretende ursprünglich arabische Wort „cifra" (geschrieben mit c) die indische „Null" verbal bezeichnet und auch so in der norwegischen Edition des Algorismus [14] übersetzt wird. Diese Übersetzung transkribiert dagegen entspre-

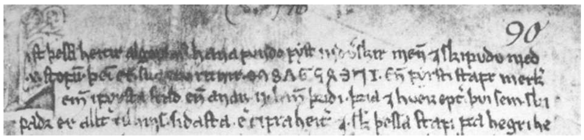

Abbildung 7. *„Diese Kunst heißt Algorismus. Inder haben sie zuerst erfunden und mit .x. Zeichen geschöpft, die so geschrieben werden: 0987654321" (Haukbuch [23], p90v)*

chend dem heutigem Gebrauch im Norwegischen (und im Deutschen) „figuru" mit „siffer" (manchmal auch mit „tegn" = Zeichen).

Nunmehr zur Erläuterung der Multiplikation: Am Beginn des Paragraphen „Um margfalldan" (Über Vervielfachung, Multiplizierung, s. Faksimile unten) heißt es:

> Willst Du eine Zahl mit einer anderen multiplizieren so schreib die beiden Reihen mit Ziffern auf eine Weise, dass die äußerste Ziffer der Zahl mit der Du multiplizierst unter der ersten Ziffer der oberen Zahl steht, während alle anderen Ziffern in der unteren Zahl links davon stehen. Als nächstes musst Du ermitteln, wie viel der größten Ziffer, die Du multiplizieren willst, an der Zehn (geschrieben als römisch x) fehlt. Um so viele Male sollst Du die kleinste Zahl (sic: tolvna statt figuru) von seinem Zehnfachen subtrahieren. Damit Du das richtig verstehst, multiplizier zum Beispiel vij (sieben) mit neun. Neun fehlt eins auf x. Deshalb subtrahierst Du ein mal vij von vij Zehnern. Es bleiben übrig iij (drei) und vi Zehner. Das ist vij mal neun. Auf dieselbe Weise kannst Du es mit anderen Zahlen machen. ([23], 90v/91r)

Es wird hier also die Multiplikation der Ziffern $a = 7$ und $b = 9$ unter Verwendung der Regel $10a - (10 - b)a = ab = 63$ erläutert, wobei die Subtraktion $(10 - b)$ offenbar als leichter angesehen wird, wenn man für b die zahlenmäßig größere der beiden Ziffern wählt. Die ohne genaue Begründung gegebene Regel $7 \times 9 = 63$ ist, wie bereits Bekken ([24], S. 66) richtig bemerkt, das einzige numerisch durchgerechnete Beispiel im Haukbuch. Es wird dann im Text in allgemeinen Worten erläutert, wie die Multiplikation der Ziffern (in diesem Falle 7 und 9)

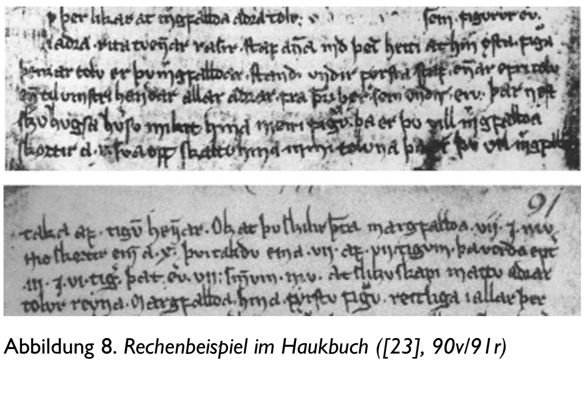

Abbildung 8. *Rechenbeispiel im Haukbuch ([23], 90v/91r)*

schrittweise für die Berechnung des Produktes von (zusammengesetzten, dezimalen) Zahlen verwendet werden kann. Aber auch hier wird im Text „zur Sicherheit“ (Verständlichkeit) noch auf die bekannten römischen Zahlzeichen zurückgegriffen.

Norwegische Mathematikgeschichtsschreibung über das Mittelalter nach Keyser und Munch

Die wenigen von Norwegern verfassten Arbeiten über die Mathematik des Mittelalters gehen aufgrund mangelnder Quellen selten auf frühe mathematische Entwicklungen im Norden ein. Eine wichtige Rolle bei der Besinnung auf Quellen norwegischer Mathematik insgesamt, allerdings nicht nur der ältesten, spielte der besonders als Reformer des norwegischen Mathematikunterrichts bekannt gewordene Elling Holst (1849–1915), auf den wir in einem späteren Artikel zurückkommen werden [27].

Einer der wenigen Versuche einer Gesamtdarstellung der Anfänge im Norden ist das Büchlein des Zahlentheoretikers und Hobbyhistorikers Viggo Brun „Regnekunsten i det gamle Norge“ (Rechenkunst im alten Norwegen, Bergen 1962) [13], das am Ende ein längeres englisches Summary (S. 112–122) enthält und die Zeit bis einschließlich 1800 behandelt.

Trotz des relativ eng formulierten Buchtitels hat Brun ein Kapitel „Islandsk regnekunst“ eingeschlossen. Er folgt also Keyser und Munch, die aus sprachlichen und historisch-propagandistischen Gründen eine Einheit zwischen altisländischer und altnorwegischer Kultur postulierten.[13]

Brun verweist besonders auf die auch von Keyser zitierte Handschrift „Rymbegla“ (oder Rimbegla) von der sich heute Teile in Island und in Kopenhagen[14] befinden. Da wir uns hier auf Norwegen konzentrieren, erwähnen wir nur, dass diese Handschrift im Anschluss an Ptolemäus arithmetische Regeln enthält, um den größten und kleinsten Abstand der Sonne von der Erde zu berechnen. Zugrundegelegt wurde der recht gute Wert 22/7 für π und der sehr grobe Wert 3/2 für $\sqrt{2}$.

Obwohl dem Buch ein wertvolles Literaturverzeichnis mit vor allem norwegischer und dänischer Sekundärliteratur beigefügt ist, enthält es auch unbegründete Spekulationen, wenn Brun beispielsweise den Verfassern norwegischer mittelalterlicher Texte, wie des Königsspiegels (vgl. [15]), zuweilen Kenntnisse der hochtheoretischen antiken Mathematik (Archimedes) unterstellt, die man aus dem Text selbst schwerlich herauslesen kann. In seinem Buch räumt Brun allerdings von Beginn an ein:

> Der größte Teil dessen was ich behandle kann keinen Anspruch auf die Bezeichnung Mathematik erheben und muss sich mit dem bescheideneren Wort begnügen: Rechenkunst. ([13], S. 9)

In der vorliegenden Arbeit ist über einige neuere Resultate der Forschung über altnorwegische „Rechenkunst“ berichtet worden; für Details musste auf die Literatur verwiesen werden. Hier mag dagegen noch einmal abschließend der norwegische Allgemeinhistoriker Keyser zu Wort kommen, der seinen 1866 veröffentlichten kurzen Aufsatz über die Mathematik der alten Norweger, der ein Rückgrat unseres Artikels bildete, mit den folgenden Worten schloss:

> Was man sonst bisher von norrønen mathematischen Schriften kennt sind nur unbedeutende Bruchstücke. Vielleicht bringen nähere Untersuchungen in dänischen und schwedischen Handschriftsammlungen mit der Zeit weitere ähnliche Abhandlungen ans Licht. ([5], S. 558)

Anmerkungen

1. Wir setzen hiermit eine Reihe von Überblicksartikeln über die Norwegische Mathematik fort, die einer von uns 2004 begonnen hat. Vgl. *Mitteilungen* 12, 36–40. Als nächstes beabsichtigen wir, die Geschichte der norwegischen Mathematik unter dänischer Dominanz (bis 1814) zu behandeln. Wir danken Otto B. Bekken und Marit Aamodt Nielsen (Kristiansand), Jens Høyrup (Roskilde) sowie Michael Schulte (Volda) für eine kritische Lektüre des vorliegenden Artikels. Ganz besonderer Dank gilt Herrn Menso Folkerts (München), der uns ausführlich über mittelalterliche Schriften in Europa unterrichtet hat. Keiner der Genannten trägt selbstverständlich Verantwortung für die Endfassung unseres Artikels.
2. Norwegisch geschriebene Literatur wie [1] und [2] und neuere Literatur für die Zahlsysteme [3] geben jedoch einige Details, die im Rahmen dieses Einführungsartikels nicht diskutiert werden können.
3. Exemplifiziert wird dies durch die Bibelübersetzung des gotischen Bischofs Wulfila im 4. Jahrhundert, wo griechische und lateinische Buchstaben sowie Runenzeichen verwendet wurden ([6] II, 65/66).
4. Dies geht nicht aus [8] oder [9], aber aus [10] hervor, wo der Text in Norrøn ediert wird.
5. [11], S. 66, 84. Über die Exaktheit des Wertes 8:1, der auch in [9] angenommen wird, gibt es anscheinend noch Diskussionen in der Literatur [11].
6. Zum Zusammenhang von Unze und Øre siehe [12], S.6.
7. Meißner nimmt für den Gulathing-Text fälschlich 10 penning für 1 ertog an. Außerdem gingen ihm zufolge ([8], xvii/xviii) 48 Silbermark auf die Goldmark. In diesem Fall hätten aber die Auszahlungen nur einen kleinen Teil der Gesamtbuße für einen Mord ausgemacht.
8. Ein relativ neuer Artikel in Englisch über das Hauksbók ist [29].
9. Für die folgenden allgemeineren Bemerkungen sind wir Herrn Menso Folkerts besonders verpflichtet.
10. Diese Werke hatten damals größeren Einfluss als das mathematisch anspruchsvollere Buch Fibonaccis von 1202. S. [20]
11. [23], fol. 90. Die erste Zeile des folgenden Faksimile schreibt diese Zahlzeichen deutlich den Indern zu, eine Erkenntnis, die später manchmal zumindest in der Öffentlichkeit verloren gegangen ist, wenn von „arabischen“ Ziffern gesprochen wurde.
12. Diese lateinischen Worte wurden sowohl von Sacrobosco als auch von Alexander de Villa Dei in ihren Werken verwendet. S. auch [17], S. 16.

13. Neuere Angaben über die Mathematik in Island findet man besonders in [25] und [26].
14. Dort in der Universitätsbibliothek in der sogenannten *Arnamagnæanske Samling*, nach der auch Helgason [23] das Faksimile des Hauksbók angefertigt hat. Teile dieser Sammlung befinden sich jetzt in Reykjavík.

Literatur

[1] A. Karker: Talsystem; Kulturhistorisk Leksikon for nordisk middelalder; bind XVIII, Oslo: Gyldendal 1974, Spalten 115–118.

[2] O. Pedersen: Matematisk litteratur; Kulturhistorisk Leksikon for nordisk middelalder; bind XI, Oslo: Gyldendal 1966, Sp. 491–500.

[3] M. Schulte: Zahlensysteme, in: H. Becker et al. (Hrg.), Reallexikon der Germanischen Altertumskunde 35 (2. Aufl.), Berlin 2007, 817–828.

[4] R. Keyser: Nordmændenes Videnskabelighed og Literatur i Middelalderen, Efterladte Skrifter, Første Bind, Christiania: P. T. Mallings Forlagsboghandel 1866.

[5] R. Keyser: Mathematiken, in [4], S. 557/558.

[6] K. Menninger: Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl, 2. neubearbeitete und erweiterte Auflage, 2 Bände; Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1957/58.

[7] K. Düwel: Runenkunde, Stuttgart: Metzler 2008.

[8] R. Meißner (Hrg. u. Übers.): Norwegisches Recht. Das Rechtsbuch des Gulathings; Weimar: Böhlaus Nachf. 1935.

[9] K. Robberstad (Hrg.): Gulatingslovi, umsett frå gamalnorsk av Knut Robberstad; Oslo: Johansen & Nielsen 1937.

[10] R. Keyser und P.A. Munch (Hrg.): Norges Gamle Love indtil 1387; Förste Bind, Christiania: Gröndahl 1846.

[11] S. O. Jansson: Vikt; Kulturhistorisk Leksikon for nordisk middelalder; bind XX, Oslo: Gyldendal 1976, Sp. 56–61.

[12] U. Brand: Das Norwegische Gewichtswesen. Erster Teil: Von den Anfängen in der Vorwikingischen Zeit bis zum Ende des 17. Jahrhunderts; Hefte zur Maß- und Gewichtskunde Nr. 1, Band Ems 1984, 29 S.

[13] V. Brun: Regnekunsten i det gamle Norge: fra Arilds tid til Abel; Oslo, Bergen: Universitetsforlaget 1962.

[14] O. Bekken und M. Christoffersen: Algorismus i Hauksbók i europeisk perspektiv; Agder Distriktshøgskole (ADH) Skrifter 1985-1, ii + 58 S.

[15] L. M. Larson: Scientific Knowledge in the North in the Thirteenth Century, Society for the Advancement of Scandinavian Study, Publications 1 (1913), no.4, 139–146.

[16] H. J. Huitfeldt-Kaas, C. Brinchmann und O. Kolsrud: Verdslige Sigiller indtil aar 1400 udgivne af H. J. Huitfeldt-Kaas; efter Udgiverens Død afsluttet af Chr. Brinchmann, Oluf Kolsrud; Seglene tegnede af Hakon Thorsen og Eilif Peterssen. Norske Sigiller fra Middelalderen, ed. H.J. Huitfeldt-Kaas. Vol. B. 1. 1899, Oslo. 138 s.

[17] O. Bekken: Algorismus i Hauksbók; Nordisk Matematikkdidaktikk 3 (1995), no. 1, 7–25. (Auszug unter www.afl.hitos.no/mahist/hauksbok/)

[18] J. O. Halliwell (Hrg.): Rara Mathematica; London: Parker 1839 (dort Alexander de Villa Deis Carmen Seite 73–83).

[19] R. Steele (ed, 1922): The Earliest Arithmetics in English, Millwood: Kraus 1973 (Reprint, mit Villa Deis Carmen auf den Seiten 72–80)

[20] L. E. Sigler (Hrg.): Fibonacci's Liber Abaci. Leonardo Pisano's Book of Calculation; New York etc. Springer 2002.

[21] P. A. Munch (1848): Algorismus, eller Anviisning til at kjende og anvende de saakaldte arabiske Tal, efter Hr. Hauk Erlendssons Codex; Annaler for nordisk oldkyndighed og historie 1848, 353–375.

[22] S. R. Benedict: A Comparative Study of the Early Treatises Introducing into Europe The Hindu Art of Reckoning; Thesis, University of Michigan 1914, 126 pp.

[23] J. Helgason (ed.): Hauksbók: the Arna-Magnæan manuscripts 371, 4to, 544, 4to and 675, 4to. 1960, Copenhagen: Munksgaard.

[24] O. Bekken: Arithmetic Teaching – has it improved? From the Algorismus of Hauksbok; in: History of Mathematics (Workshop Kristiansand, August 1988), Agder Distriktshøgskole (ADH) Skrifter 1988, 55–68.

[25] K. Bjarnadóttir: Mathematical Education in Iceland in Historical Context: Socio- Economic Demands and Influences. Roskilde Universität, IMFUFA Tekst, nr. 456, 2007. http://milne.ruc.dk/ImfufaTekster/pdf/456.pdf

[26] J. Ulff-Müller: Stefán Einarssons Isländisches Rechenbuch von 1736; in R. Gebhardt (Hrg.), Visier- und Rechenbücher der frühen Neuzeit; Annaberg: Schriften des Adam-Ries-Bundes 2008, 215–230.

[27] E. Holst: Bibliographische Notiz über das Studium der Geschichte der Mathematik in Norwegen, Bibliotheca Mathematica 3 (3) 1889, no.4, 97–103.

[28] A. W. Brøgger und A. Steinnes: Gammel mål og vekt i Norge; Oslo: Kildeforlaget 1982.

[29] G. Harðarson und S. Karlsson: Hauksbók; in: Pulsiano, Ph. (ed. 1993): Medieval Scandinavia: an Encyclopedia; New York and London: Garland 1993, 271–272.

[30] I. S. Sletten (Red): Nordens språk med røtter og føtter, Nordisk Ministerråd publ 2004-9. http://www.norden.org/no/publikasjoner/publikasjoner/2004-009

Prof. Dr. Rolf Nossum
Prof. Dr. Reinhard Siegmund-Schultze
University of Agder, Faculty for Engineering and Science, 4604 Kristiansand, Norwegen.
Rolf.Nossum@uia.no
Reinhard.Siegmund-Schultze@uia.no

Rolf Nossum (geb. 1954) hat an der Universität Oslo Informatik studiert und ist danach einige Jahre an einer Computerfirma beteiligt gewesen. Seitdem hat er an der Hochschule und jetzigen Universität Agder in Kristiansand hauptsächlich über Anwendungen klassischer und modaler Logik gearbeitet.

Reinhard Siegmund-Schultze (geb. 1953) hat in Halle Mathematik studiert und ist seit drei Jahrzehnten Mathematikhistoriker, seit 2000 in Norwegen. In den letzten Jahren hat er besonders viel über die Emigration von Mathematikern aus Hitlerdeutschland und über das Werk von Richard von Mises gearbeitet.

dvips -pp4-4 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-4.ps dvips -pp4-4 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-4.ps dvips -pp5-6 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-5.ps dvips -pp6-7 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-6.ps dvips -pp8-9 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-8.ps dvips -pp10-11 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-10.ps dvips -pp12-13 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-12.ps dvips -pp14-16 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-14.ps dvips -pp17-19 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-17.ps dvips -pp20-21 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-20.ps dvips -pp22-24 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-22.ps dvips -pp24-26 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-24.ps dvips -pp27-28 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-27.ps dvips -pp28-29 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-28.ps dvips -pp30-33 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-30.ps dvips -pp34-35 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-34.ps dvips -pp36-39 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-36.ps dvips -pp40-41 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-40.ps dvips -pp42-44 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-42.ps dvips -pp45-45 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-45.ps dvips -pp46-46 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-46.ps dvips -pp47-47 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-47.ps dvips -pp48-48 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-48.ps dvips -pp49-55 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-49.ps dvips -pp56-59 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-56.ps dvips -pp60-61 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-60.ps dvips -pp60-61 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-60.ps dvips -pp60-61 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-60.ps dvips -pp62-63 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-62.ps dvips -pp62-63 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-62.ps dvips -pp64-64 1-mdmv-19-1 -o 0-pdf/mdmv-19-1-64.ps