Neue Bücher aus Oberwolfach

Klaus Altmann

„Neue Bücher aus Oberwolfach“ hieß viele Jahre eine Liste auf den letzten Seiten der Mitteilungen*. Sie führte alle Bücher auf, die im Laufe des jeweils vergangenen Quartals im mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach angekommen waren und auf den „new book shelves“ zur Ansicht auslagen. Die Liste gibt es immer noch, zugreifbar unter* www.mfo.de*. Aber für den Abdruck der Liste bieten wir Ihnen seit dem vorigen Heft in den* Mitteilungen *einen, wie wir hoffen, viel interessanteren Ersatz. Dieses Mal berichtet Klaus Altmann über ein paar Bände, die ihm beim Blättern auf den „new book shelves“ aufgefallen sind.*

L.D. Faddeev; O.A. Yakubovskii: Lectures on Quantum Mechanics for Mathematics Students. EMS 2008. Dieses kleine, handliche Taschenbuch nimmt den Titel ernst – es wendet sich tatsächlich an die erwähnte Zielgruppe (aber auch an ältere Mathematiker). Die 52 Kapitel sind aus einer Standard-Vorlesung an der damaligen Leningrader Universität entstanden. Der Inhalt hat sich im Laufe von 30 Jahren stabilisiert und wurde dann 1980 in russischer Sprache veröffentlicht. Das Buch steht zwar im Oberwolfacher Regal der Neuerscheinungen – neu ist aber nur die englische Übersetzung.

Dafür wirkt der Text aber erstaunlich frisch und gar nicht verstaubt. Nach einem kurzen Überblick über die klassische Mechanik werden die physikalischen Anforderungen an die Mathematik diskutiert und dann zunächst ein endlich-dimensionales Modell zur Eingewöhnung vorgestellt. Das Buch ist für Mathematiker angenehm zu lesen und enthält viele Anregungen für die Verwendung physikalischer Beispiele in Vorlesungen zur linearen Algebra oder Darstellungstheorie.

Jean-Marie de Koninck: Those Fascinating Numbers. AMS 2009 Noch im letzten Jahr am Gymnasium habe ich folgendes Theorem kennengelernt: *Alle natürlichen Zahlen sind interessant.* Der Beweis erfolgt mit vollständiger Induktion: Zweifellos ist 0 eine interessante Zahl. Danach bezeichne $U \subseteq \mathbb{N}$ die Menge aller nicht-interessanten natürlichen Zahlen; sei $u \in U$ ihr kleinstes Element. Das ist dann die kleinste nicht-interessante natürliche Zahl, was sie aber sofort interessant macht. Damit haben wir den gewünschten Widerspruch erhalten.

Leider ist der Beweis nicht konstruktiv. Diese Lücke wird aber durch das vorliegende Buch weitgehend geschlossen. Es besteht aus einer über 400 Seiten langen Auflistung fast aller natürlichen Zahlen und der dazugehörigen Schilderung ihrer interessanten Eigenschaften. Es beginnt bei 1 und geht schrittweise aufwärts. Bei der 16 erfahren wir z. B., dass sie die einzige Zahl ist, die sich als $a^b = b^a$ mit $a \neq b$ schreiben lässt. Die erste Lücke entsteht bei 95 (hier ist der Leser gefordert); die 651 ist die kleinste Zahl (> 1), deren Summe aller Teiler eine zehnte Potenz ist. Schließlich lernt man auch interessante Zwillinge kennen: 1536 ist die zehnte Granville-Zahl, und 1537 ist die zehnte Keith-Zahl (siehe Seite 40 und 55 für eine Definition dieser Begriffe). Das Buch endet mit der Zahl $10^{10^{10^{34}}}$.

Paul Seidel: Fukaya Categories and Picard-Lefschetz Theory. AMS 2009. Hyperflächensingularitäten, d. h. die kritischen Punkte einer polynomialen Funktion auf dem $\mathbb{C}^n$, sind ein seit mehr als drei Jahrzehnten gern und ausgiebig untersuchter Gegenstand der Singularitätentheorie. Deformiert man diese Hyperflächen, so entsteht eine glatte Mannigfaltigkeit mit Rand (die „Milnorfaser“), und deren mittlere Homologie hat eine Basis aus „verschwindenden Zyklen“ – beim Annähern an die Singularität werden diese Sphären immer kleiner und verschwinden schließlich. Die dabei entstehende Figur ist der „Lefschetz-Fingerhut“.

Mit der homologischen Mirrorsymmetrie-Vermutung bekam diese klassische Theorie in den letzten Jahren eine spektakuläre Bekanntheit. Seidels Buch ist die ausführliche Ausarbeitung eines Kurses an der ETH Zürich zur symplektischen Seite dieser Entwicklung. In der obigen Situation erweist sich der Fingerhut als eine Lagrangian in der symplektischen Mannigfaltigkeit $\mathbb{C}^n$ – und damit als ein Objekt in der zu dieser Situation gehörigen Fukaya-Kategorie.

Das erfährt der Leser aber erst im dritten und letzten Kapitel dieses Lehrgangs. Das Buch gibt eine beeindruckende, systematische Zusammenstellung aller benötigten Begriffe und Methoden aus moderner homologischer Algebra (triangulierte und A_∞-Kategorien), symplektischer und algebraischer Geometrie und Singularitätentheorie. Die Anfänge der Kapitel lassen sich auch unabhängig voneinander lesen – danach wird man aber immer wieder Zeuge, auf welche wunderbare Weise die verschiedenen Theorien zusammenspielen.

Zwei der besprochenen Bücher habe ich mir gleich selbst bestellt.

Prof. Dr. Klaus Altmann, Fachbereich Mathematik, AG Algebra,
Arnimallee 3, 14195 Berlin.
altmann@math.fu-berlin.de