Die riesigen Nächte mit dem Quadratwurzelgeheimnis

Alfred Schreiber

Ach, wie schwer hats
mancher Lehrsatz
mit den Leuten,
die ihn deuten.
Waldemar Dege

Dass ein junger Mensch, dem soeben die Hochschulreife bescheinigt wurde, vor einer quadratischen Gleichung kapituliert, möchte man nicht gerne glauben. „Wo hapert es?" war meine Frage, als mir dies wieder einmal passierte (in einer Übung für Studierende, die das Lehramt anstreben). Wie sich bald herausstellte, wusste der Student durchaus die Seite zu finden, auf der seine Formelsammlung dazu Auskunft gab. Den Dozenten wird das nicht restlos beruhigen. Das Hemmnis lag, wie mir entwaffnend gestanden wurde, in etwas anderem: Die Gleichung hatte keine Unbekannte namens x (diese hieß nämlich p), und unglücklicherweise kamen auch noch Variablen a und q darin vor. Die so genannte „pq-Formel" buchstabengetreu in Ansatz zu bringen, musste daher scheitern, und nicht weniger vergeblich verliefen die Bemühungen mit jenem geringfügig allgemeineren Term, der die Lösung durch die Koeffizienten a, b, c der Normalform ausdrückt und sich unter der Bezeichnung „Mitternachtsformel" beachtlicher Prominenz erfreut.

Der seltsam blumige Titel, dessen Herkunft auch meine Übungsteilnehmer nicht erklären konnten, verdient eine Abschweifung. Dass er auf das mentale Dunkel anspielt, welches die Formel in Situationen wie der eben geschilderten leicht hervorruft, ist wohl nicht ernsthaft anzunehmen. In Internetforen fand ich dann aber Erklärungen wie diese: Die Formel, mit $x_{1,2} = \ldots$ beginnend, erinnert angeblich an 12 Uhr. Zu dieser Nachtzeit soll einst Wilhelm Schweizer, Leiter des Kepler-Gymnasiums in Tübingen, seine Pennäler auf den Schulhof bestellt haben, um sie die fragliche Formel feierlich deklamieren zu lassen. Gewiss ein unvergessliches Erlebnis. Pädagogen von solch altem Schrot und Korn spielten ja gelegentlich mit der neckischen Idee, jemand werde zu mitternächtlicher Stunde geweckt, um Eingepauktes noch halb im Schlaf aufzusagen: Latein-Vokabeln, Geschichtsdaten oder eben die Lösungsformel für die quadratische Gleichung. Als eine Anspielung darauf könnte ein Gedicht Ingeborg Bachmanns gelten, das 1955 (im 2. Jahrgang der Zeitschrift *Akzente*) unter dem Titel *Curriculum Vitae* erschienen ist. Die Dichterin kreist in hohem Leidenston um allerlei nächtliche Szenen und lässt uns zu Beginn des dritten Abschnitts wissen: „Mit gespreizten Beinen und Flügeln, / binsenweis stieg die Jugend / über mich, über Jauche, über Jasmin ging's / in die riesigen Nächte mit dem Quadrat- / wurzelgeheimnis, ...". – Das mag hier ungelüftet bleiben.

Das Phänomen „Mitternachtsformel" – wenn man ihm diesen Rang einmal zugestehen möchte – eignet sich, wider den ersten Anschein, keineswegs als Vorlage zur Belustigung und ebensowenig als Anlass, sich über irgendetwas zu entrüsten. Aufmerksamkeit verdienen zunächst die Symptome. Typisch, auch in weniger zugespitzten Fällen, ist der unfreie Umgang mit der vorgelegten Aufgabe. Die Lösungsformel erstarrt zu einem Rechenschema mit an Buchstaben genagelten Variablen. Kümmerlich oder gar nicht entwickelt scheint eine Vorstellung davon, dass und wie eine konkrete Situation einem allgemeinen Muster unterzuordnen ist.

Es liegt nahe, an Ort und Stelle erste Hilfe zu leisten, etwa durch *ad hoc* nachgereichte Erklärungen. Wie weit das über den Moment hinaus und tiefer wirkt, ist allerdings fraglich. Über längere Zeit verfestigte Handlungsmuster sind nicht leicht von heute auf morgen aufzulösen, und die Gefahr besteht, dass man dem zwanghaften Mitternachtsritual auch dann noch die Treue hält, wenn man demnächst selber vor der Klasse steht. Hinzu kommt gelegentlich eine skeptische Abwehr. Allen Ernstes wurde ich gefragt, weshalb nicht wenigstens die Schulmathematik bei festen Bezeichnungen bleibe. Vor allem aber: Erweiterungen und Vertiefungen des Themas, die es eigentlich möglich machen könnten, sich von mancherlei pq- und abc-Neurosen zu befreien, werden hingenommen – gewiss, doch werden sie auch angenommen? Und wie schnell sind Zweifel in Stellung gebracht, ob man das Ganze überhaupt für die „Praxis" benötige ...

Was an diesen Manifestationen so heikel erscheint, ist nicht, dass sie einfach unrichtig wären; denn das sind sie nicht: Berechnungen (auch Lösungsroutinen) sind aus der Mathematik schließlich nicht wegzudenken, und Unterrichtspraxis spielt selbstredend eine maßgebliche Rolle bei der Entwicklung des mathematischen Schulstoffs. Es ist aber ihre Hypostasierung, die aus beidem schädliche Halbwahrheiten macht.

In Benchara Branfords[1] *Betrachtungen über mathematische Erziehung* heißt es: „Ich hoffe, der Tag ist nicht allzu fern, an dem das Rechnen aufhört, als ein ganz isolierter Unterrichtsgegenstand zu gelten, und seinen rechten Platz auch als dienende Magd der Geometrie und Physik einnehmen wird.“ Haben sich Branfords Hoffnungen erfüllt? Im Anschluss an die zitierte Passage sagt er voraus: „Ohne Zweifel werden wir eines Tages selbst in unseren Elementarschulen an Stelle des Rechnens von Mathematik sprechen.“ Das hat sich bewahrheitet. Trotzdem verbinden auch heute noch die meisten Menschen mit Mathematik in erster Linie routinenhaftes Rechnen. Auf den Mathematikunterricht bezogen wird so die Einschätzung genährt, für alle Aufgaben müsse es festgelegte Lösungswege geben und die zugehörigen Denkvorgänge verliefen – wie eine Berechnung – stets nach strikten Regeln. Doch selbst der letzte Rest Mathematik, den man für die verständige Anwendung allgemeiner Rezepte braucht, ist – wie das Beispiel der Variablenkonfusion in der „Mitternachtsformel“ zeigt – nicht vor weiterer Sinnentleerung[2] sicher.

Das geschilderte Zerrbild hat ein Komplement auf der pädagogischen Seite, das sich leider nur zu gut mit ihm verträgt: die Überzeugung nämlich, es gebe so etwas wie ein inhaltsneutrales Unterrichtenkönnen, vorzugsweise festgemacht an einer *bloß faktisch verstandenen* Praxis. Diese bleibt dann umso wirksamer gegen fachliche Ansprüche abgeschirmt, die das (vielerorts einengende) Faktische in ihr gerade verändern wollen. In der „Gefahr naiver und unmündiger Praxisverhaftung“, vor der Heinrich Winter warnt[3], droht die Substanz des Unterrichtsfachs auszutrocknen. Im schlimmsten Fall bleiben einige Ladenhüter übrig, womöglich solche aus der eigenen Schulzeit.

Was wirkt diesen Gefahren entgegen und führt aus dem Dunkel der „Mitternachtsformel“ heraus? Ein Rezept gibt es *hier* nicht. Aber es gibt eine weiter gespannte, eine allgemeinere, eine ideengeschichtlich erhellende und genetisierende Perspektive auf eine lebendige Mathematik, die sich hin und wieder „auch als dienende Magd der Geometrie und Physik“ empfiehlt.

Anmerkungen

1. Branford war Dozent der Mathematik an der Viktoria-Universität zu London, dann Divisionsinspektor am Londoner County Council. Im Jahr 1913 erschien bei B. G. Teubner (Leipzig und Berlin) sein von R. Schimmack und H. Weinreich übersetztes und bearbeitetes, in vielen Teilen heute noch lesenswertes Werk *Betrachtungen über mathematische Erziehung vom Kindergarten bis zur Universität*.
2. Noch drastischer wird dies in der „Fabel“ karikiert, mit der Lars Gårding sein Buch *Encounter with Mathematics* (Springer, 1977) beschließt. Dass y direkt proportional zu x ist, will ein Lehrer seiner Klasse (merkwürdig genug) durch $y = ax$ erklären. Da nur wenige folgen können, spezialisiert er $y = 2x$. Am Ende sind alle zufrieden, als $6 = 2 \times 3$ an der Tafel steht.
3. *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht*. 2., verb. Auflage, Braunschweig/Wiesbaden, 1991, S. V

Prof. Dr. Alfred Schreiber, Institut für Mathematik und ihre Didaktik, Universität Flensburg, Auf dem Campus 1, 24943 Flensburg.
info@alfred-schreiber.de