

Eine falsch angewendete Formel und ihre Folgen

Unterschätzte Korrelation von Anlagewerten als Auslöser der Finanzkrise?

George Szpiro

Der inkorrekte Gebrauch einer vor neun Jahren entwickelten Formel für die Risikoanfälligkeit gebündelter Anlagewerte hat möglicherweise zum Ausbruch der jetzigen Finanzkrise beigetragen. Die Formel wurde weitherum verwendet, obwohl sie in gewissen Situationen versagt.

Fachleute suchen immer noch nach Gründen für den jüngsten Zusammenbruch der Finanzmärkte. In der März-Ausgabe des amerikanischen Magazins „Wired“ wird die Behauptung aufgestellt, die Wall-Street sei durch eine mathematische Formel zu Fall gebracht worden. Die Formel war von dem aus China stammenden Finanzexperten David X. Li hergeleitet worden und erlaubte es Banken und institutionellen Anlegern abzuschätzen, wie riskant es ist, in korrelierte Wertpapiere zu investieren. Wegen ihrer einfachen Form wurde sie in der Finanzwelt schnell sehr prominent. Dabei wurde allerdings nicht zur Kenntnis genommen, dass die Formel in extremen Situationen versagt.

Am Anfang standen die Hypotheken

Die Finanzkrise nahm ihren Lauf, als amerikanische Hauseigentümer, denen ohne eingehende Prüfung ihrer Kreditwürdigkeit Hypotheken gewährt worden waren, vor zwei Jahren reihenweise ihren Zahlungen nicht mehr nachkommen konnten. Zuerst stürzten die Hypothekarkonten zusammen. In der Folge gerieten weitere Finanzinstitute und Versicherungsfirmen in Schwierigkeiten. Die gleichzeitige Zahlungsunfähigkeit so vieler Kreditnehmer und die zwangsläufig folgenden Pleiten waren von Fachleuten nicht richtig vorausgesehen worden.

Dabei wussten Investoren schon immer, wie gefährlich es ist, gleichzeitig in Papiere zu investieren, deren Wahrscheinlichkeiten, wertlos zu werden, miteinander korrelieren. Um diese Gefahr quantitativ in den Griff zu bekommen, hatte Li im Jahr 2000 im „Journal of Fixed Income“ eine sogenannte Copula-Formel hergeleitet. Der aus einem bäuerlichen Gebiet in China stammende Finanzexperte, der in seiner Heimat und in Kanada Wirtschaftswissenschaften, Statistik und Versicherungsmathematik studiert und dann in Kanada und Amerika Karriere gemacht hatte, zog dabei Parallelen zum Vorgehen von Lebensversicherern. Diese berechnen zum Beispiel die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Ehepartner im gleichen Jahr ableben. Im gleichen Sinne schätzte Li die Wahrscheinlichkeit ab, dass mehrere Unternehmen – Han-

delsgesellschaften, Geschäftsbetriebe oder Immobilienfirmen, die im Besitz von gebündelten Hypotheken sind – simultan pleitegehen.

Weit verbreiteter Ansatz

Die Formel von Li hatte eine denkbar einfache Form und war einfach zu interpretieren. Deshalb wurde sie von mathematisch wenig versierten Finanzmanagern gerne und weitherum benützt. Andrew Lo, Professor für Finanztheorie am Massachusetts Institute of Technology in Cambridge, meint, dass die Copula-Formel in der Gemeinschaft der institutionellen Anleger wahrscheinlich der am weitesten verbreitete Ansatz zur Modellierung der gleichzeitigen Zahlungsunfähigkeit mehrerer Firmen gewesen sei. Aber bei ihrer Verwendung wurde oft eine Schwierigkeit übersehen. In die Formel muss ein Parameter eingesetzt werden, der die Gleichläufigkeit der Risiken verschiedener Anlagewerte misst. Dieser sogenannte Korrelationskoeffizient ist nicht leicht abzuschätzen. Li benutzte als Indikator für die Risikobelastung von Unternehmen historische Daten über die Zinsen, die diese für Darlehen zahlen müssen. Die Spanne zwischen den Renditen risikoloser Staatsanleihen und den Zinsen, die von den Unternehmen für verschiedene Laufzeiten verlangt wurden, diente ihm als Kennziffer dafür, wie der Markt ihre Risiken für verschiedene Zeitspannen einschätzt. Mit diesen Daten ließ sich dann der für die Copula-Formel benötigte Korrelationskoeffizient berechnen.

Historische Daten führten in die Irre

Aber die Verwendung historischer Daten kann in die Irre führen. Insbesondere für den amerikanischen Hypothekarmarkt hatten Daten, die aus einem Jahrzehnt stammten, in dem die Preise für Immobilien in die Höhe schneitten, wenig Bedeutung für die sich anbahnende Krisenzeit. Zum Beispiel ist es in normalen Zeiten höchst unwahrscheinlich, dass eine grosse Zahl von Eigenheimbesitzern gleichzeitig zahlungsunfähig wird. Aber sobald der amerikanische Immobilienboom ein Ende fand und die ersten Hypothekendarlehmer in Verzug gerieten, folgte eine Lawine von Zahlungsunfähigkeiten. Die grundlegende Annahme für Lis Formel – dass der Korrelationskoeffizient ein konstanter Parameter ist – stimmte plötzlich nicht mehr,

$$Pr[T_A < 1, T_B < 1] = \Phi_2\left(\Phi^{-1}(F_A(1)), \Phi^{-1}(F_B(1)), \gamma\right)$$

David X. Lis Copula-Formel in der 2000 publizierten Form

Bankrott-Wahrscheinlichkeiten begannen mehr zu korrelieren als von der Formel vorhergesagt, und die Risikoanfälligkeit diversifizierter Portefeuilles stieg.

Der Mathematiker Paul Embrechts von der ETH-Zürich, der schon im Jahre 2001 gewarnt hatte, dass die arglose Verwendung simpler Risikobeurteilungen eine Krise heraufbeschwören und sogar eine Wirtschaft destabilisieren könne, unterstreicht, dass herkömmliche Risikomodelle Ausnahmeerscheinungen nicht korrekt berücksichtigten. Der für Lis Formel benötigte und aufgrund historischer Daten geschätzte Korrelationskoeffizient sei völlig unzulänglich, wenn es darum gehe, das gleichzeitige Eintreten mehrerer Extremereignisse zu modellieren.

Allerdings ist es müßig, eine Formel für die katastrophalen Folgen ihres inkorrekten Gebrauchs verantwortlich zu machen. Das wäre, als ob man Newtons Bewegungsgesetz die Schuld für tödliche Unfälle zuschreiben würde, sagt Lo. Embrechts unterstreicht, dass Mathematiker immer wieder auf die Annahmen verwiesen hätten, auf denen gewisse Formeln basieren. Es sei nicht die Formel, sondern Habgier gewesen, meint er, die in der jüngsten Krise eine wichtige Rolle gespielt habe.

Dr. George Szpiro.
george@GeorgeSzpiro.com, www.georgeszpiro.com

Zuerst erschienen in der *Neuen Zürcher Zeitung* vom 18. März 2009. Wiederabdruck mit freundlicher Genehmigung.

mathemas ordinate www.ordinate.de

0431 23745-00/ -01, info@ordinate.de → Software for mathematical people !

Mathematica, ExtendSim,

MathType, KaleidaGraph, Fortran, NSBasic, @Risk

und a.m. $\infty + \mu < \heartsuit$

mathemas ordinate, Dipl. Math. Carsten Herrmann, M. Sc.
 Königsbergerstr. 97, 24161 Altenholz

Mehr als 20 Jahre Erfahrung mit *Software*-Distribution !

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$