Technische Universität Berlin Sommersemester 08
Prof. Dr. F. Hess, M. Wagner
`www.math.tu-berlin.de/~hess/codth-ss2008`

5. Übung Codierungstheorie

1. Aufgabe **Zyklische Codes** **(6 Punkte)**

(a) Bestimme alle zyklischen Codes in R_3 über $\mathbb{F}_2$.

(b) Sei C zyklischer Code der Länge 7 über $\mathbb{F}_2$. Bestimme zum Erzeugerpolynom $g_C = 1 + t^2 + t^3 + t^4 \in \mathbb{F}_2[t]$ das erzeugende Idempotente Element.

(c) Sei C zyklischer Code der Länge 7 über $\mathbb{F}_2$. Bestimme zu C mit erzeugendem Idempotenten Element $e_C(x) = 1 + t + t^2 + t^4 \in \mathbb{F}_2[t]$ ein erzeugendes Polynom.

2. Aufgabe **BCH-Codes** **(4 Punkte)**

Sei $n = \frac{q^k-1}{q-1}$ für ein k mit $\operatorname{ggT}(k, q-1) = 1$ und $\mathbb{F}_{q^k}^\times = \langle \omega \rangle$. Es Sei C der BCH-Code definiert durch $\Omega := \{\omega^{q-1}\}$. Zeige, dass C der $[n, n-k]_q$-Hamming-Code ist.

3. Aufgabe **Zyklische Codes** **(4 Punkte)**

Sei $R_n = \mathbb{F}_q[X]/(X^n - 1)$ mit $\operatorname{ggT}(n, q) = 1$ und $R_n = C$ ein zyklischer Code mit dem Erzeugerpolynom g. Ferner sei α eine primitive n-te Einheitswurzel über $\mathbb{F}_q$ und $e \in \mathbb{F}_q[x]$ mit $\deg e < n$ und $e = e \circ e$. Zeige, dass e das Idempotent von C ist, falls e und g die gleichen Nullstellen in $\langle \alpha \rangle$ haben.

4. Aufgabe **Beispiel zu zwei Fehler korrigierende BCH-Codes** **(2 Punkte)**

Sei $K = \mathbb{F}_{2^4}$ und α ein Erzeuger der Einheitengruppe von K. Ein Element $a = \sum_{i=0}^{3} \lambda_i \alpha^i$ wird mit dem Vektor $(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^t \in \mathbb{F}_2^4$ identifiziert. Wir betrachten die Matrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 & \alpha^5 & \alpha^6 & \alpha^7 & \alpha^8 & \alpha^9 & \alpha^{10} & \alpha^{11} & \alpha^{12} & \alpha^{13} & \alpha^{14} \\ 1 & \alpha^3 & \alpha^6 & \alpha^9 & \alpha^{12} & 1 & \alpha^3 & \alpha^6 & \alpha^9 & \alpha^{12} & 1 & \alpha^3 & \alpha^6 & \alpha^9 & \alpha^{12} \end{pmatrix}$$

wobei α das Minimaplpolynom $x^4 + x + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$ hat. Die Matrix H soll die Prüfmatrix eines zyklischen Codes C sein. Berechne das Erzeuger-Polynom und eine Erzeugermatrix von C.

Hinweis: Die praktische Aufgabe vom 4. Übungsblatt kann bis zum 28.05.08 abgebeben werden. Ausserdem gibt es noch 4 Zusatzpunkte für diese Progammieraufgabe (Für die 1. Semesterhälfte).