

3. Übung Codierungstheorie

1. Aufgabe Gewichtspolynom

(3 Punkte)

Zeige folgende Aussagen:

- (a) Sei C ein perfekter $[n, k, d]_q$ -Code. Dann ist $W_C(X, Y)$ durch n, k, d und q eindeutig bestimmt.
- (b) Bestimme das Gewichtspolynom des $[2^k - 1, 2^k - k - 1, 3]_2$ Hamming-Codes.

2. Aufgabe Perfekte Codes

(4 Punkte)

Zeige, dass der durch

$$G := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_3^{6 \times 11}$$

erzeugte lineare Code C perfekt ist.

3. Aufgabe MDS Codes

(3 Punkte)

Sei C ein $[n, k, d]_q$ -Code mit Erzeugermatrix $G = [I_k | A]$, wobei $A \in \mathbb{F}_q^{k \times (n-k)}$ ist. Zeige, dass C genau dann ein MDS-Code ist, wenn jede quadratische Teilmatrix A' von A mit $A' \in F_q^{i \times i}$ und $i \in \{1, \dots, \min\{k, n-k\}\}$ regulär ist.

4. Aufgabe Programmieraufgabe

(6 Punkte)

Sei C ein $[n, k, d]_q$ -Code. Implementiere in KASH3 einen Algorithmus, der die Syndrom-Decodierung für den Code C durchführt.