

10. Übung Codierungstheorie

1. Aufgabe Erweiterungen

(6 Punkte)

Zeige folgende Aussage: Ist F'/K' eine Erweiterung des Funktionenkörpers F/K , so sind folgende Aussagen äquivalent:

- (i) $[K' : K] < \infty$
- (ii) $[F' : F] < \infty$
- (iii) Ist P eine Stelle von F' , welche über einer Stelle p von F liegt, so gilt $[K'(P) : K(p)] < \infty$.

Hierbei soll $K'(P) = \mathcal{O}_P/P$ und $K(p) = \mathcal{O}_p/p$ sein.

2. Aufgabe Riemann-Roch-Raum

(6 Punkte)

Sei F/K ein Funktionenkörper, $A \in \mathcal{D}_F$ und $\mathcal{L}(A) = \{x \in F \mid (x) \geq -A\} \cup \{0\}$. Zeige folgende Aussagen:

- (i) $x \in \mathcal{L}(A) \iff v_P(x) \geq -v_P(A)$ für alle Stellen P von F
- (ii) $\mathcal{L}(A) \neq \{0\} \iff$ Es gibt einen Divisor $A' = A + (f)$ mit $A' \geq 0$ und $f \in F^\times$.
- (iii) $A < 0 \Rightarrow \mathcal{L}(A) = \{0\}$

3. Aufgabe Riemann-Roch-Raum

(4 Punkte)

Sei $K := \mathbb{F}_q$, $F = K(x)$ ein rationaler Funktionenkörper und P_∞ der Poldivisor von (x) . Bestimme eine K -Basis von $\mathcal{L}(rP_\infty)$ für $r \geq 0$.