

1. Übung Codierungstheorie

1. Aufgabe

(3 Punkte)

Beweise folgende Aussagen: Seien $s, t \in \mathbb{N}$ mit $s < t$ und C ein Code mit mindestens zwei Elementen und Minimalabstand d . Dann gilt

(i) C ist s -fehlerkorrigierend $\Leftrightarrow s \leq \frac{d-1}{2}$

(ii) C ist gleichzeitig s -fehlerkorrigierend und t -fehlererkennend $\Leftrightarrow s + t \leq d - 1$.

2. Aufgabe ISBN-Code

(4 Punkte)

Mit dem ISBN-Code (=International Standard Book Number) werden Bücher von den Verlagen mit Codeworten der Länge 10 über dem Alphabet $A = \{0, 1, \dots, 9, X\}$ versehen, wobei X für die Zahl 10 steht. Dabei sind die ersten 9 Ziffern aus $A \setminus \{X\}$. Die letzte Ziffer ist eine Kontrollziffer und berechnet sich durch

$$\sum_{i=1}^{10} (11 - i) \cdot a_i \equiv 0 \pmod{11}.$$

wenn $a = (a_1, \dots, a_{10})$ ein Element des ISBN-Codes ist. Zeige, dass der ISBN-Code die Vertauschung zweier beliebiger Ziffern erkennt.

3. Aufgabe ML-Decodierung

(3 Punkte)

Sei C ein $[7, 4, 3]_2$ -Code, d.h. es gilt $C \subseteq \mathbb{F}_2^7$, $\dim C = 4$ und $d(C) = 3$. Ein Bit werde mit Wahrscheinlichkeit $p = 0.01$ in einem binären symmetrischen Kanal falsch übertragen. Wie

gross ist die Wahrscheinlichkeit, das bei der ML-Decodierung ein empfangenes Wort falsch decodiert wird?

4. Aufgabe Programmieraufgabe

(6 Punkte)

Das Alphabet $A = \{0, 1\}$ sei vorgelegt. Schreibe in KASH3 einen Algorithmus der den Wiederholungscode darstellt. Als Eingabe erhält der Algorithmus ein $n \in \mathbb{N}$, den Code $C \subseteq A^n$ und die Anzahl der Wiederholungen l wobei l ein Teiler von n ist. Zuerst soll der Algorithmus den Source codieren. In einem zweiten Teil soll der Algorithmus eine über den Kanal übertragene Nachricht erhalten und decodieren wenn möglich.

Der Algorithmus besteht aus zwei Teilen: Der erste Teil ist der Teilalgorithmus **EncodeRepetition** und der zweite **DecodeRepetition**. Auf der Homepage der Codierungstheorie liegt eine KASH3-Datei mit dem Namen **NoisyChannel**. Dies ist ein Algorithmus der eine Fehlerwahrscheinlichkeit $0 < p < 0.5$ und den Output von **EncodeRepetition** als Input bekommt. Der Output vom Algorithmus **NoisyChannel** soll der Input von Algorithmus **DecodeRepetition** sein.

In der Datei **RepetitionCode** findet ihr einige Vorgaben und Tipps. Der Algorithmus **NoisyChannel** erwartet als Input eine Liste von **EncodeRepetition** und gibt wieder eine Liste aus, welche der Input von **DecodeRepetition** sein soll.