

11. Übung Algebra II

1. Aufgabe Norm

(4 Punkte)

Es gelten die Bezeichnungen wie in Abschnitt 2.8 im Skript. Sei E/K Galoiserweiterung mit einer Zwischenkörpererweiterung F_2/F_1 . Bezeichne R ein Repräsentantensystem von $\mathcal{G}_{E/K}(F_2)$ in $\mathcal{G}_{E/K}(F_1)$, d.h. also $\mathcal{G}_{E/K}(F_1) = \cup_{\sigma \in R} \sigma \mathcal{G}_{E/K}(F_2)$. Zeige, dass

$$\{\sigma|_{F_2} \mid \sigma \in R\} = \text{Hom}_{F_1}(F_2, E)$$

gilt.

2. Aufgabe Normabbildung

(4 Punkte)

Zeige, dass die Normabbildung $N : \mathbb{F}_{q^n} \longrightarrow \mathbb{F}_q$ surjektiv ist.

3. Aufgabe Transzendenzgrad

(4 Punkte)

Sei E/K eine Körpererweiterung und F ein Zwischenkörper. Zeige folgende Aussagen: Für Transzendenzbasen B von F/K und B' von E/F gilt $B \cap B' = \emptyset$ und $B \cup B'$ ist eine Transzendenzbasis von E/K . Ferner gilt $\text{trdeg}(E/K) = \text{trdeg}(E/F) + \text{trdeg}(F/K)$.

4. Aufgabe Lineare Disjunktheit, Transzendenzbasen

(4 Punkte)

Sei E/K eine Körpererweiterung, F ein über K rein transzendenter Zwischenkörper von E/K und L ein über K algebraischer Zwischenkörper von E/K . Zeige folgende Aussagen: F/K und L/K sind linear disjunkt über K und FL ist rein transzendent über L . Ist X eine Transzendenzbasis von F über K , so ist X auch eine Transzendenzbasis von FL über L .