Technische Universität Berlin
Prof. Dr. F. Hess
M. Wagner
www.math.tu-berlin.de/~hess/algebra2

Wintersemester 05/06

12. Übung Algebra II

1. Aufgabe **Lineare Disjunktheit, Transzendenzbasen** (5 Punkte)

Sei E/K eine Körpererweiterung, F ein über K rein transzendenter Zwischenkörper von E/K und L ein über K algebraischer Zwischenkörper von E/K. Dann sind F/K und L/K linear disjunkt und FL ist rein transzendent über L. Ist X eine Transzendenzbasis von F über K, so ist X auch eine Transzendenzbasis von FL über L.

2. Aufgabe **Reguläre Körpererweiterungen** (7 Punkte)

Sei $E = K(x, z)$ eine reguläre Körpererweiterung mit x transzendent über K und z algebraisch über $K(x)$. Ferner sei E'/E algebraisch mit $E' = E(y)$ und K'/K endlich und separabel mit $K' = \{\alpha \in E' \mid \alpha \text{ algebraisch über } K\}$. Dann sind äquivalent:

(a) $K' = K$

(b) Das Minimalpolynom $f(t) \in E[t]$ von y ist irreduzibel in $EK^a[t]$

wobei K^a den algebraischen Abschluss von K bezeichnet. Zeige dafür zunächst die Gleichheit $[E' : E] = [E'K^a : EK^a] \cdot [K' : K]$.

3. Aufgabe **Algebraische Disjunktheit** (4 Punkte)

Formuliere und beweise Satz 1.22 im Skript für die algebraische Disjunktheit.