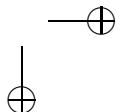


Inhalt

1 Einführung und Überblick	1
1.1 Lineare algorithmische Geometrie	1
1.2 Nichtlineare algorithmische Geometrie	4
1.3 Anwendungen	6
1.4 Anhänge	7
I Lineare algorithmische Geometrie	
2 Geometrische Grundlagen	11
2.1 Projektive Räume	11
2.2 Projektive Transformationen	14
2.3 Konvexität	16
2.4 Aufgaben	18
2.5 Anmerkungen	19
3 Polytope und Polyeder	21
3.1 Definitionen und grundlegende Eigenschaften	21
3.2 Der Seitenverband eines Polytops	27
3.3 Polarität und Dualität	30
3.4 Polyeder	34
3.5 Die Kombinatorik von Polytopen	37
3.6 Untersuchungen mit polymake	43
3.7 Aufgaben	45
3.8 Anmerkungen	46
4 Lineare Optimierung	47
4.1 Problemstellung	47
4.2 Dualität	49
4.3 Der Simplex-Algorithmus	53
4.4 Bestimmen einer Startecke	60
4.5 Untersuchungen mit polymake	62
4.6 Aufgaben	63
4.7 Anmerkungen	64



5 Berechnung konvexer Hüllen	67
5.1 Vorüberlegungen	67
5.2 Die Methode der doppelten Beschreibung	69
5.3 Ebene konvexe Hüllen	75
5.4 Untersuchungen mit polymake	79
5.5 Aufgaben	80
5.6 Anmerkungen	81
6 Voronoi-Diagramme	83
6.1 Voronoi-Regionen	83
6.2 Polyedrische Komplexe	85
6.3 Voronoi-Diagramme und konvexe Hüllen	87
6.4 Der Wellenfront-Algorithmus	90
6.5 Bestimmung des nächsten Nachbarn	100
6.6 Aufgaben	101
6.7 Anmerkungen	102
7 Delone-Triangulierungen	103
7.1 Dualisierung von Voronoi-Diagrammen	103
7.2 Die Delone-Zerlegung	107
7.3 Volumenberechnung	109
7.4 Optimalität von Delone-Triangulierungen	110
7.5 Planare Delone-Triangulierungen	114
7.6 Untersuchungen mit polymake	119
7.7 Aufgaben	122
7.8 Anmerkungen	122

II Nichtlineare algorithmische Geometrie

8 Algebraische und geometrische Grundlagen	125
8.1 Motivation	125
8.2 Univariate Polynome	128
8.3 Resultanten	130
8.4 Ebene affine algebraische Kurven	132
8.5 Projektive Kurven	134
8.6 Der Satz von Bézout	136
8.7 Algebraische Kurven mit Maple	140
8.8 Aufgaben	142
8.9 Anmerkungen	143
9 Gröbnerbasen und der Buchberger-Algorithmus	145
9.1 Ideale und der univariate Fall	145
9.2 Monomordnungen	149

9.3	Gröbnerbasen und der Hilbertsche Basissatz	152
9.4	Der Algorithmus von Buchberger	157
9.5	Binomiale Ideale	160
9.6	Ein elementargeometrischer Beweis mit Gröbnerbasen	161
9.7	Aufgaben	163
9.8	Anmerkungen	164
10	Lösen polynomialer Gleichungssysteme mit Gröbnerbasen	167
10.1	Gröbnerbasen mit Maple und Singular	167
10.2	Elimination von Unbestimmten	169
10.3	Fortsetzung partieller Lösungen	172
10.4	Hilberts Nullstellensatz	174
10.5	Lösen polynomialer Gleichungen	178
10.6	Gröbnerbasen und ganzzahlige lineare Programme	182
10.7	Aufgaben	187
10.8	Anmerkungen	188

III Anwendungen

11	Kurvenrekonstruktion	191
11.1	Vorüberlegungen	192
11.2	Die mediale Achse und lokale Details	192
11.3	Muster und polygonale Rekonstruktion	195
11.4	Der Algorithmus NN-Crust	198
11.5	Kurvenrekonstruktion mit polymake	201
11.6	Aufgaben	203
11.7	Anmerkungen	203
12	Plücker-Koordinaten und Geraden im Raum	205
12.1	Plücker-Koordinaten	205
12.2	Äußere Multiplikation und äußere Algebra	207
12.3	Dualität	211
12.4	Rechnen mit Plücker-Koordinaten	216
12.5	Geraden in \mathbb{R}^3	217
12.6	Aufgaben	219
12.7	Anmerkungen	219
13	Anwendungen der nichtlinearen algorithmischen Geometrie	221
13.1	Voronoi-Diagramme für Geradensegmente in der Ebene	221
13.2	Kinematische Probleme und Bewegungsplanungen	224
13.3	Das Global Positioning System GPS	232
13.4	Anmerkungen	234

IV Anhänge

A Algebraische Strukturen	237
A.1 Gruppen, Ringe, Körper	237
A.2 Polynomringe	238
B Trennungssätze	241
C Algorithmen und Komplexität	245
C.1 Komplexität von Algorithmen	245
C.2 Die Komplexitätsklassen P und NP	248
D Software	251
D.1 polymake	251
D.2 Maple	251
D.3 Singular	252
D.4 CGAL	252
E Notation	253
Literaturverzeichnis	255
Index	261