5. Übung zur Vorlesung: **Ordnungstheorie**
Felsner/Wiechert **Sommersemester 2016**
Abgabe/Besprechung: 25. Mai 2016

(1) Seien P und Q Ordnungen, die eine $\mathbf{0}$ und eine $\mathbf{1}$ besitzen ($\mathbf{0} \neq \mathbf{1}$). Dann gilt

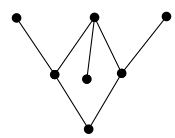
$$\dim(P \times Q) = \dim(P) + \dim(Q).$$

(2) Sei P eine Ordnung und $S \subseteq \mathrm{Inc}(P)$. Zeige, dass wenn S keinen alternierenden Zykel enthält, dann ist S kompatibel.

Die Ordnung S_n^k hat $n+k$ Minima $\{a_1, a_2, \dots a_{n+k}\}$ und $n+k$ Maxima $\{b_1, b_2, \dots b_{n+k}\}$. Element a_i ist unter allen b_j außer $b_i, b_{i+1}, \dots, b_{i+k}$, wobei die Indizes zyklisch interpretiert werden. Insbesondere ist S_n^0 das Standardbeispiel S_n. Die Ordnungen S_n^k werden *generalized crowns* genannt.

(3) Eine lineare Erweiterung von S_n^k kann höchstens $\binom{k+2}{2}$ kritische Paare umdrehen. Die Dimension von S_n^k ist mindestens $\lceil \frac{2(n+k)}{k+2} \rceil$.

(4) Zeige mit Hilfe von kritischen Paaren, dass folgende Ordnung 3-dimensional ist.



Definition: Eine Ordnung ist *planar*, wenn sie ein planares (d.h. kreuzungsfreies) Hasse-Diagramm besitzt.

(5) Finde eine nicht-planare Ordnung, die einen planaren Covergraphen besitzt.

(6) Prüfe ob das Standardbeispiel S_4 planar ist.

(7) Zeige, dass zwei verschiedene Ordnungen mit gleichem Covergraphen nicht die gleiche Dimension besitzen müssen. Kann die Differenz der Dimensionen beliebig groß werden?