2. Übung zur Vorlesung: **Ordnungstheorie**
Felsner/Wiechert **Sommersemester 2016**
Abgabe/Besprechung: 4. Mai 2016

---

(1) Sei G ein Graph für dessen Taillenweite (girth) $g(G)$ gilt: $g(G) > \chi(G)$. Zeige, dass G ein Covergraph ist.

Eine Ordnung P ist *natürlich benannt* (naturally labeled) wenn $[n]$ die Knotenmenge ist und die identische Permutation id_n eine lineare Erweiterung von P ist.

(2) Bestimme die Anzahl der natürlich benannten Ordnungen mit n Knoten für $n = 3$ und $n = 4$.

(3) Definiere eine 'natürliche' Ordnung auf der Menge der natürlich benannten Ordnungen mit n Knoten.

- Zeige, dass diese Ordnung ein Verband ist.
- Verwende diesen Verband um ein Antimatroid zu definieren.

(4) Charakterisiere die Idealverbände von Ordnungen der Weite ≤ 2.

(5) Sei P eine Ordnung. Charakterisiere die Paare (x, y) so dass

- $P + (x < y)$ eine Ordnung ist,
- $P - (x < y)$ eine Ordnung ist.

(6) Verwende den Satz von Dilworth um zu zeigen, dass eine Folge von $m^2 + 1$ verschiedenen reellen Zahlen eine monotone Teilfolge der Länge $m + 1$ besitzt.
(Satz von Erdős-Szekeres)

Konstruiere eine Folge von m^2 verschiedenen reellen Zahlen die keine monotone Teilfolge der Länge $m + 1$ besitzt.

(7) Sei N eine ganze Zahl. Was kann über die Höhe und die Weite des Teilerverbandes von N gesagt werden?

(8) Sei $P = (X, \leq)$ eine Ordnung auf weniger als $\binom{m+2}{2}$ Knoten. Zeige, dass X mit höchstens m Teilmengen überdeckt werden kann, die je eine Kette oder eine Antikette induzieren.

Konstruiere Ordnungen mit $\binom{m+2}{2}$ Knoten die keine solche Überdeckung mit m Teilmengen besitzen.