
**8. Übung zur Vorlesung:
Felsner**

**Ordnungstheorie
29. Juni 2010**

Abgabe/Besprechung: 13. Juli 2010

- (1) Beschreibe die Facetten des Ordnungspolytops $\mathcal{O}(P)$. D.h., finde ein minimales System von Ungleichungen zur Beschreibung von $\mathcal{O}(P)$.
- (2) Beschreibe die Facetten des Kettenpolytops $\mathcal{C}(P)$.
- (3) Sei $P = (X, <)$ eine Ordnung und $w : X \rightarrow \mathbb{N}$ eine Gewichtsfunktion. Zeige:

$$\max_{C \text{ Kette}} w(C) = \min |\mathcal{A}_w|$$

das Minimum geht über alle Antikettenfamilien, die jedes Element x genau $w(x)$ fach überdecken.

- (4) Verwende LP-Dualität (siehe unten), sowie Aufgabe 3 zum Beweis der folgenden Aussage: Die Ecken von $\mathcal{C}(P)^*$, dem Antiblocker des Kettenpolytops, sind genau die charakteristischen Vektoren von Ketten in P .

$$\begin{array}{ll} (P) & \max w^\top x \\ & \text{s.t. } M_A x \leq \mathbf{1} \\ & x \geq 0 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} (D) & \min \mathbf{1}^\top y \\ & \text{s.t. } M_A^\top y \geq w \\ & y \geq 0 \end{array}$$

- (5) Wenn P einen fixpunktfreien Automorphismus besitzt, dann ist $e(P)$ durch 2 teilbar.