6. Übung zur Vorlesung: **Ordnungstheorie**
Felsner **1. Juni 2010**
Abgabe/Besprechung: 8. Juni 2010

---

(1) Sei G ein Graph. Zeige dass es eine Orientatierung D von G gibt, so dass $A(D) = \lceil \log \chi(G) \rceil$.

(2) Sei P eine bipartite Ordnung. Zeige $\mathsf{dim}(P) \leq \mathsf{idim}(P) + 1$.

(3) Sei Q eine Ordnung mit 0 und 1. Zeige, dass es eine Ordnung P gibt, so dass $Q = B(P)$.

(4) Zeige dass Intervalldimension eine Vergleichbarkeitsinvariante ist.

We formally describe the procedure that transforms an interval extension $I = \{\, (a_x, b_x) \, : x \in P\}$ of P into its *P-normalization* $I^* = \{\, (a^*_x, b^*_x) \, : x \in P\}$.

- In the first step of the P-normalization we update left endpoints:
  $a^*_x = \max\{b_z : z \in \mathsf{Pred}(x)\}$ if x is not minimal,
  $a^*_x = \min\{a_z : z \in \mathsf{Min}(P)\}$ if x is minimal.
- In the second step we update right endpoints:
  $b^*_x = \min\{a^*_z : z \in \mathsf{Succ}(x)\}$ if x is not maximal,
  $b^*_x = \max\{b_z : z \in \mathsf{Max}(P)\}$ if x is maximal.

After normalizing we have a realizer $\mathcal{I}^* = \{I^*_1, \ldots, I^*_k\}$ of P, interval representations (a^{j*}_x, b^{j*}_x) and an associated partial order of extreme corners $B(\mathcal{I}^*) = \{l^*_x, u^*_x : x \in P\}$.

(5) Prove the following: If $\mathcal{I}^*$ is a normalized realizer of P then $B(\mathcal{I}^*) = B(P)$.

(6) Sei λ die Partition $(n-1, \ldots, 2, 1)$ von $N = \binom{n}{2}$. Zeige dass es exponentiell viele Ordnungen gibt deren Greene-Kleitman Partition λ ist.