9. Übungszettel für die Vorlesung: **Felsner, Heldt**

Konstruktive Kombinatorik **12. Dezember 2012**

Tutoriendatum: 18.12.2012

`http://page.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsI+III12.html`

---

(1) Betrachte die erzeugende Funktion

$$C(x) = \sum_{n\geq 0} C_n x^n$$

der Catalan-Zahlen und beweise durch Koeffizientenvergleich

$$x \cdot (C(x))^2 = C(x) - 1.$$

Hinweis: in diesem Kontext sind Dyck-Pfade eine geeignete Catalan-Familie.

(2) Für welche Posets $P = (X, \leq)$ gilt, das jede maximale Antikette jede maximale Kette trifft?
(maximal heisst, dass sie nicht Teilmenge einer echt größeren (Anti-)Kette ist. Eine maximum (Anti-)Kette ist eine, die so groß ist, dass es keine echt größere gibt)

(3) Sei a_n die Anzahl der Antiketten im Fence-Poset Z_n (vgl. Blatt 8). Finde einen geschloßenen Ausdruck für a_n.

(4) Sei P_k das Poset, das aus den Ketten $a_1, a_2, \ldots a_k$ und $b_0, b_1, \ldots, b_k$ sowie den zusätzlichen Relationen $b_i < a_{i+2}$ und $a_i < b_{i+2}$ für alle geeigneten i besteht. Bestimme eine Rekursionsformel für $e(P_k)$.

(5) Finde eine explizite Darstellung für die Glieder der Folge (A_n) die durch

$$A_{n+3} = 2A_{n+2} - A_{n+1} + 2A_n$$

und $A_0 = 0, A_1 = 1, A_2 = 2$ definiert ist.