3. Übungszettel für die Vorlesung: **Felsner, Heldt**
Konstruktive Kombinatorik **31. Oktober 2012**
Tutoriendatum: 06.11.2012
`http://page.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsI+III12.html`

---

(1) Finde eine Konstruktion für α-Sequenzen der Länge $\binom{n-1}{k}+1$ der Menge $\binom{[n]}{k}$. Hinweis: *revolving door*.

(2)

(a) Finde einen Gray-Code für die Menge $\binom{[6]}{3}$ so, dass je zwei aufeinanderfolgende Mengen $\{b_1, b_2, b_3\}$ und $\{a_1, a_2, a_3\}$ sich nur in einem Index $j \in \{1, 2, 3\}$ um den Wert 1 unterscheiden, also mit $a_i = b_i$ für $i \neq j$ und $a_j \in \{b_j + 1, b_j - 1\}$.

(b) Bestimme die Anzahl der geraden und die Anzahl der ungeraden Teilmengen in $\binom{[6]}{3}$, $\binom{[6]}{4}$, und $\binom{[7]}{3}$.

(3)

(a) Wieviele Permutationen der S_{2n} haben 2 Zykel der Länge n? Wieviele haben n Zykel der Länge 2?

(b) Seien $n, k \in \mathbb{N}$ mit $k \leq n$. Auf wieviele Arten können k Türme auf ein $n \times n$-Schachbrett gestellt werden, so dass kein Turm einen Anderen schlagen kann?

(4) Ein *Lauf* einer Permutation ist ein maximal aufsteigendes Teilwort in der Einzeilennotation. Die Permutation (426138957) hat also die Läufe 4, 26, 1389, und 57. Sei $e(n, k)$ die Anzahl an Permutationen der S_n mit genau k Läufen. Beweise:

(a) $e(n+1, k) = e(n+1, n-k+2)$

(b) $e(n+1, k) = k \cdot e(n, k) + (n+2-k) \cdot e(n, k-1)$

Hinweis: die Zahlen $e(n, k)$ heissen *Eulersche Zahlen*.