1. Übungszettel für die Vorlesung: **Felsner, Heldt**
Konstruktive Kombinatorik **16. Oktober 2012**
Tutoriendatum: 23.10.2012
http://page.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsI+III12.html

(1) Beweise folgende Gleichungen (mithilfe einer Bijektion / eines kombinatorischen Beweises):

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot \binom{k}{m} = \binom{n}{m} \cdot 2^{n-m}$$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot 2^{k} = 3^{n}$$

$$\sum_{j=0}^{k} \binom{n+j}{j} = \binom{n+k+1}{k}$$

$$\sum_{m=0}^{n} \binom{m}{k} = \binom{n+1}{k+1}$$

(2) Sei $R = (1,2,3,4,5,6,7)$. Welches ist das k-te Tupel ($k = 100, 1000, 5000$) in der Liste der Tupel des Mixed-Radix-Codes?

(3) Beweise: $g(k \oplus k') = g(k) \oplus g(k')$.

(4) Sei $\delta_k \in \{0,1,\ldots,n-1\}$ die Stelle, an der sich $g(k)$ und $g(k+1)$ unterscheiden. Ein Gray-Code der Länge n impliziert nun eine Δ-Sequenz $\delta_0, \delta_1, \ldots, \delta_{2^n-1}$. Zeige, dass eine beliebige Folge $\delta_0, \ldots, \delta_{2^n-1}$ mit $\delta_i \in \{0,1,\ldots,n-1\}$ genau dann eine Δ-Sequenz eines Gray-Codes ist, wenn in jedem Abschnitt $\delta_k, \delta_{k+1}, \ldots, \delta_{k+2t-1}$ der Folge mindestens eines der Symbole $0,1,\ldots,(n-1)$ ungerade oft vorkommt.