6. Übung "Kombinatorische Algorithmen" SoSe 2006

Stefan Felsner Aufgaben für Di. 30. Mai

(1) Zeige, dass mindestens die Hälfte aller preprimen Strings der Länge n über dem Alphabet $\{0, 1, \ldots, m-1\}$ selbst schon prim ist.

(2) Verwende den Algorithmus **A** der alle Permutationen einer Multimenge M in lexikographischer Ordnung erzeugt um die $(n-k)$-Teilmengen einer n elementigen Menge zu erzeugen, d.h. die Permutationen von $0^k 1^{n-k}$. Wieviele Vergleiche macht der Algorithmus um die erhöhbare Position zu finden?

(3) Gegeben eine $(n-k)$-Teilmenge T von $[n]$. An welcher Stelle (Position) erzeugt **A** die Teilmenge T.

(4) Gegeben x mit $0 \leq x \leq \binom{n}{k}$ welche $(n-k)$-Teilmenge T von $[n]$ erzeugt **A** an der Stelle x?

(5) Beweise die Korrektheit unserer iterativen Prozedur zur Erzeugung der Permutationen in der *Plain Changes* Ordnung.

(6) Sei $M(n)$ die Anzahl der perfekten Matchings von K_{2n} und $L(n)$ die Anzahl der linearen Erweiterungen der Ordnung P auf $a_1, \ldots a_{2n}$ mit der Relationen $a_1 < a_3 < a_5 < \ldots < a_{2n-1}$ sowie $a_{2i-1} < a_{2i}$ für $i = 1, .., n$.

Zeige $M(n) = L(n)$.

(7) Ein *Universal Cycle* der Ordnung n ist eine Folge von $n!$ Ziffern aus $[n]$, so dass für jede Permutation von $[n]$ der $(n-1)$-Prefix genau einmal als Abschnitt von aufeinanderfolgenden Ziffern auftritt. Beispiel: (121323) ist ein Universal Cycle, er kodiert die Permutationen $\pi_1 = (123)$, $\pi_2 = (213)$, $\pi_3 = (132)$, $\pi_4 = (321)$, $\pi_5 = (231)$ und $\pi_6 = (312)$.

Zeige, dass es für jedes n einen Universal Cycle gibt.