1. Übung "Kombinatorische Algorithmen" SoSe 2006

Stefan Felsner Aufgaben für Di. 25. April

(1) In der Vorlesung hatten wir einen Algorithmus zur Erzeugung aller n-Tupel $(a_1, \dots, a_n)$ mit $0 \leq a_j < m_j$ für einen vorgegebenen Stellenwertvektor $M = (m_1, \dots, m_n)$. Dieser Algorithmus benutzt eine Funktion $\mathsf{increment}_M(a)$ die im wesentlichen aus einer while Schleife besteht. Wie oft wird diese Schleife in einem Lauf des Erzeugungsalgorithmus durchlaufen? Finde einen exakten Ausdruck und vergleiche den Wert mit dem Produkt $m_1 \cdot m_2 \cdot \ldots \cdot m_n$.

(2) Sei $M = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$ welches ist das $k$te Tupel ($k = 100, 1000, 5000$) das der Algorithmus erzeugt?

(3) Beweise: $g(k) = k \oplus \lfloor \frac{k}{2} \rfloor$.

(4) Beweise: $g(k \oplus k') = g(k) \oplus g(k')$.

(5) Gegeben ein $\alpha = (\dots a_3 a_2 a_1 a_0)$ mit $a_i \in \{0, 1\}$ und nur endlich vielen a_i mit Wert 1. Wie kann man den Nachfolger von α im Gray-Code bestimmen?

(6) Eine Folge $\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_{2^n-1}$ mit $\delta_j \in \{0, \dots, n-1\}$ ist die Δ-Sequenz eines Gray-Codes, genau wenn für alle k und $0 < t < 2^{n-1}$ gilt: In dem Abschnitt $\delta_k, \dots, \delta_{k+2t-1}$ (Indizes modulo 2^n) kommt ein Symbol ungerade oft vor.