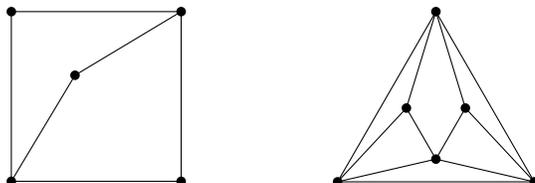

7. Übung “Graphen und Geometrie”

SoSe 2018

Stefan Felsner, Linda Kleist

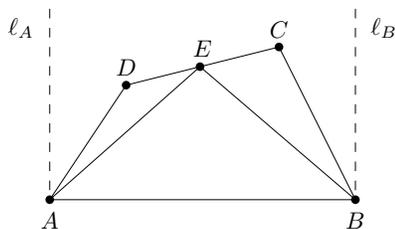
Aufgaben für Do. 14. Juni

- (1) Zeige, dass die folgenden Graphen flächenuniversell sind:



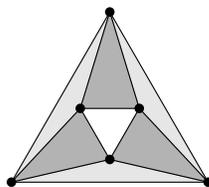
Gibt es auch realisierende Zeichnungen für eine fest vorgegebene äußere Fläche (korrekter Gesamtfläche)? Folgere, dass 2-degenerierte Quadrangulierungen flächenuniversell sind und dass jede Flächenzuweisung des Oktaeders eine realisierende Zeichnung hat, in der genau eine Kante einen Knick hat.

- (2) Sei $ABCD$ ein Viereck und E ein Punkt auf dem Segment CD . Zusammen mit den Segmenten AE und BE erhalten wir eine *Wippe* mit *Basis* AB . Eine Wippe ist *Basis-beschränkt* falls ein Paar paralleler Geraden ℓ_A und ℓ_B durch A and B existiert, sodass die Wippe (nicht unbedingt strikt) zwischen den Geraden ℓ_A und ℓ_B liegt. Wir nennen eine Wippe *gleichflächig* falls die drei Dreiecke AED , ABE und BCE die gleiche positive Fläche haben.



Beweise die folgenden Aussagen:

- Keine Basis-beschränkte Wippe ist gleichflächig.
- Keine der folgenden Flächenzuweisungen des Oktaeders ist realisierbar. (weiß: 0, dunkelgrau: 1, hellgrau: 0 oder 1)



- (3) Für eine reelle Zahl $c > 1$, nennen wir eine geradlinige Zeichnung D von G eine c -Approximation von \mathcal{A} falls für jede innere Fläche f gilt:

$$\frac{1}{c} \cdot \mathcal{A}(f) \leq \text{area}(f, D) \leq c \cdot \mathcal{A}(f).$$

Zeige, dass Flächenzuweisungen Eulerscher Triangulierungen im Allgemeinen keine c -Approximation haben. Es gilt also: Für jedes $c > 1$, hat jede Eulersche Triangulierung T mit mindestens $n \geq 4$ Knoten eine Flächenzuweisung \mathcal{A} , so dass keine Zeichnung von T eine c -Approximation von \mathcal{A} ist.

[Hinweis: Betrachte T mit einer 2-Färbung der Flächen und die Flächenzuweisung \mathcal{A}_k von T , in der jeder weißen Fläche $1/k$ und jeder schwarzen Fläche 1 zugewiesen ist.]

- (4) Wir nennen einen planar eingebetteten Graphen G eine *Fast-Triangulierung* wenn jede innere Fläche ein Dreieck ist und die äußere Fläche ein Viereck. Zeige, dass jede 3-degenerierte Fast-Triangulierung flächenuniversell ist.
- (5) Zeige, dass der folgende Graph flächenuniversell ist:

