
4. Übung “Graphen und Geometrie”

SoSe 2018

Stefan Felsner

Aufgaben für Do. 24. Mai

- (1) Sei e eine Kante der Länge s in einem konvexen $(n+2)$ -gon Z , d.h. im kurzen Bogen von e liegen s Ecken von Z . Wie viele k -Sterne von Z enthalten e ?
- (2) Zeige, dass es keine planaren Graphen G mit den folgenden Eigenschaften gibt:
- $d_v \geq 3$ für alle v .
 - G enthält keinen 4-Kreis.
 - $d_f \notin \{4, 5, \dots, 11\}$.

Hinweis: Erzeuge einen Widerspruch mit einem Entladungsargument bei dem Ladung von den Flächen auf Knoten verschoben wird. Geeignete Anfangsladungen sind $\ell(v) = d_v - 6$ sowie $\ell(f) = 2d_f - 6$ für alle Knoten und Flächen.

- (3) Zeige, dass es, für n groß genug, quasiplanare Graphen mit mindestens $5n$ Kanten gibt. Es darf benutzt werden, dass K_9 eine geometrische quasiplanare Zeichnung besitzt, bei der nur 3 Knoten auf der konvexen Hülle sind.
- (4)
- a. Wie viele Kanten hat das Diagramm des Booleschen Verbandes $\mathcal{B}_n$?
 - b. Wie viele Vergleichbarkeiten gibt es in $\mathcal{B}_n$?
 - c. Wie viele 3-Ketten gibt es im Booleschen Verband $\mathcal{B}_n$?
 - d. Wie viele 2-Antiketten gibt es im Booleschen Verband $\mathcal{B}_n$?
- (5) Gegeben eine Menge von Ordnungen $(X, \leq_i)$ auf derselben Grundmenge X . Zeige, dass $(X, \bigcap_i \leq_i)$ eine Ordnung ist.
- (6) Sei G_P der Vergleichbarkeitsgraph einer Ordnung P , d.h. xy ist Kante von G_P wenn x und y in P vergleichbar sind. Zeige, dass G_P keinen ungeraden Kreis C_{2k+1} mit $k > 1$ als induzierten Subgraphen besitzt.
- (7) Sei $\hat{G}_P$ der Unvergleichbarkeitsgraph einer Ordnung P , d.h. xy ist Kante von $\hat{G}_P$ wenn x und y in P nicht vergleichbar sind. Zeige, dass G keinen ungeraden Kreis C_{2k+1} mit $k > 1$ als induzierten Subgraphen besitzt.