2. Übung "Graphen und Geometrie" SoSe 2018

Stefan Felsner Aufgaben für Do. 3. Mai

(1) Bestimme die exakte Kreuzungszahl der Zylinderzeichnung von K_n für n in einer der vier Restklassen Modulo 4.

(2) Sei G ein Graph, der eine gradlinige Zeichnung besitzt in der je zwei Kanten genau einen Punkt gemeinsam haben, d.h. G ist ein straight-line Thrackle. Zeige:

$$|E_G| \leq |V_G|.$$

(3) Sei G ein Thrackle, e eine Kante von G und G^+ der Graph der durch doppelte Unterteilung von e entsteht, d.h. e wird durch einen P_4 (Pfad mit drei Kanten) ersetzt. Zeige, dass auch G^+ ein Thrackle ist.

(4) Zeige, dass für jeden Thrackle G gilt: $|E_G| \leq 3|V_G|$. (Hinweis: G ist C_4-frei.)

(5) Zeige: jeder bipartite planare Graph kann kreuzungsfrei so gezeichnet werden, dass die x-Achse jede Kante genau ein mal schneidet.

(6) Jeder bipartite planare Graph besitzt eine gradlinige kreuzungsfreie Zeichnung, in der die x-Achse jede Kante genau ein mal schneidet. (Dies ist eine recht anspruchsvolle Zusatzaufgabe zur vorigen Aufgabe, die Bearbeitung ist freiwillig.)