**10. Übung "Graphen und Geometrie"** **SoSe 2018**

Stefan Felsner Aufgaben für Do. 5. Juli

(1) Zeige, dass für einen Overlap-Graphen $G$ mit $n$ Knoten gilt:

$$\chi(G) \leq \omega(G) \cdot \log(n).$$

(Hinweis: Lemma 3)

(2) Sei $G$ ein Graph mit $n$ Knoten und einer Zeichnung bei der die Knoten als Punkte auf einem Kreis und die Kanten als Sehnen repräsentiert sind. Zeige: Wenn sich höchstens $k$ Kanten von $G$ paarweise kreuzen, dann gilt $|E_G| \leq f(k) \cdot n$ für ein $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Verwende die $\chi$-Beschränktheit von Circle-Graphen!

(3) Bestimme ob die Durchschnittsgraphen der folgenden Objekte $\chi$-beschränkt sind und bestimme im positiven Fall eine geeignete Beschränkungsfunktion

a) Dreiecke,

b) Dreiecke die homothetisch zu einem gegebenen Dreieck $\Delta$ sind,

c) gleichseitige Dreiecke.

(4) Sind die Durchschnittsgraphen von achsenparalellen Rechtecken mit Höhen aus $\{1, 2, \ldots, k\}$ $\chi$-beschränkt? Falls ja bestimme eine geeignete Beschränkungsfunktion.

(5) Zeige, dass die Komplemente von Segment-Graphen $\chi$-beschränkt sind.

(6) Sei $D(P)$ das Dual der endlichen Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$. Charakterisiere die Duale der $k$-Kanten von $P$.