
8. Übung “Graphen und Geometrie”

SoSe 2012

Stefan Felsner / Kolja Knauer

Aufgaben für Di. 19. Juli

- (1) Zeige dass jeder planare bipartite Graph eine Kontaktdarstellung mit horizontalen und vertikalen Segmenten besitzt.
- (2) Welche Eigenschaften besitzt jeder Graph, der eine Kontaktdarstellung mit gradlinigen Segmenten besitzt.
- (3) Eine 2-Orientierung einer Quadrangulierung Q mit schwarzen Knoten v_r und v_b an der Aussenfläche ist eine Orientierung mit $\text{outdeg}(v) = 2$ für alle $v \neq v_r, v_b$.

Sei Q eine Quadrangulierung mit schwarzen Knoten v_r und v_b an der Aussenfläche. Zeige, dass es eine Bijektion zwischen den separating decompositions und den 2-Orientierungen von Q gibt.

- (4) Definiere einen Flip für die 2-Orientierungen einer Quadrangulierung und zeige, dass es zu je zwei 2-Orientierungen A und B einer Quadrangulierung Q , ohne trennende 4-Kreise, eine Folge von Flips gibt, die A in B überführt.

Hinweis: Einfache gerichtete Kreise in planaren Graphen haben einen Drehsinn.

Bemerkung: Diese Aufgabe ist interessant in Hinblick auf Aufgabe 4 (bipolare Orientierungen) von Blatt 7.

- (5) Seien C_1, C_2, C_3 Kreise die sich paarweise berühren. Zeige, dass der Kreis K durch die drei Berührungspunkte die Kreise C_i orthogonal schneidet.
- (6) (Rectangle Tiling) Wenn ein Rechteck R in kleinere Rechtecke R_1, \dots, R_k zerlegt ist und jedes R_i eine Seite mit ganzzahliger Länge besitzt, dann hat auch R eine Seite mit ganzzahliger Länge.