

---

## 7. Übung “Graphen und Geometrie”

SoSe 2012

Stefan Felsner / Kolja Knauer

Aufgaben für Di. 12. Juli

---

- (1) Unter welchen Bedingungen hat die duale bipolare Orientierung  $D^*$  einer bipolaren Orientierung  $D$  Mehrfachkanten?
- (2) Zeige, dass ein Graph  $G$  genau dann eine bipolare Orientierung besitzt, wenn  $G + (s, t)$  2-zusammenhängend ist.
- (3) Eine Kante  $e = (x, y)$  in  $D$  ist transitiv wenn es in  $D \setminus e$  einen Pfad  $x \rightarrow x_1 \dots x_k \rightarrow y$  gibt. Wie viele transitive Kanten kann es in einer bipolaren Orientierung geben?

- (4) Sei  $G$  ein Graph und  $A$  eine azyklische Orientierung von  $G$ . Wir nennen  $e$  *flipbar* in  $A$  wenn das Umdrehen der Orientierung von  $e$  zu einer azyklischen Orientierung  $A'$  führt. Zeige, dass es zu je zwei azyklischen Orientierungen  $A$  und  $B$  von  $G$  eine Folge von Kantenflips gibt die  $A$  in  $B$  überführt.

Gilt das auch für bipolare Orientierungen  $A, B$  zu einem festen planaren  $G$  mit  $s$  und  $t$ ?

- (5) Die Anzahl der bipolaren Orientierungen von  $G$  mit festgelegten Knoten  $s$  und  $t$  sei  $\Theta(G)$ . Beweise, dass für jede Kante  $e$  gilt:

$$\Theta(G) = \Theta(G/e) + \Theta(G \setminus e).$$

Die Graphen  $G/e$  und  $G \setminus e$  entstehen wie üblich durch Kontraktion und Löschen der Kante  $e$  aus  $G$ .

- (6) Zeige dass jeder planare bipartite Graph eine Kontaktdarstellung mit horizontalen und vertikalen Segmenten besitzt.