6. Übung “Graphen und Geometrie” SoSe 2012

Stefan Felsner / Kolja Knauer Aufgaben für Di. 5. Juli

Die ersten beiden Übungen beziehen sich auf Schnyder Woods von 3-fach zusammenhängenden Graphen.

(1) Sei $\phi_i(v) = \#[\text{Flächen in } R_i(v)]$. Dabei ist $R_i(v)$ die i-Region von Knoten v bezüglich eines Schnyder Woods S. Zeige direkt (ohne good-embeddings), dass die Einbettung mittels ϕ keine kreuzenden Kanten hat.

(2) Sei S ein Schnyder Wood von G. Eine Fläche f ist *gespitzt in Farbe* i wenn es am Rand von f einen Knoten gibt, der zwei eingehende i-gefärbte Kanten besitzt. Eine Fläche f ist *spitz* wenn sie in einer Farbe i gespitzt ist.

Zeige dass die Zeichnung die wir erhalten, wenn wir in den Regionen nur die spitzen Flächen zählen, eine konvexe Zeichnung ist.

Im Folgenden betrachten wir Kontaktdarstellungen von planaren Graphen mit orthogonalen Polygonen, das sind Polygone deren Seiten ausschließlich horizontale oder vertikale Segmente sind.

(3) Zeige, dass es Triangulierungen gibt, so dass jede orthogonale Kontaktdarstellung Polygone mit acht oder mehr Ecken enthält.

Hinweis: Betrachte konkave Ecken und Knoten vom Grad drei.

(4) Zwei Kontaktdarstellungen mit Rechtecken sind *kombinatorisch äquivalent* wenn sie sich durch Skalierung der Kantenlängen ineinander überführen lassen. Eine Kontaktdarstellungen mit Rechtecken heißt *Flächenuniversell* wenn wenn es für jede Abbildung $A : \mathcal{R} \to \mathbb{R}^+$, von den Rechtecken in die positiven reellen Zahlen, eine kombinatorisch äquivalente Darstellung gibt, in der für alle $R \in \mathcal{R}$ gilt: die Fläche von R ist $A(R)$.

Welche der Kontaktdarstellungen in der Abbildung sind Flächenuniversell?