
5. Übung “Graphen und Geometrie”

SoSe 2012

Stefan Felsner / Kolja Knauer

Aufgaben für Di. 29. Mai

- (1) Sei G eine Triangulierung und $\phi_i(v) = \#[\text{Knoten in } R_i(v) \setminus P_{i+1}(v)]$. Dabei sind $R_i(v)$ und $P_{i+1}(v)$ die i -Region und der $(i + 1)$ -Pfad von Knoten v bezüglich eines Schnyder Woods S . Zeige direkt (ohne good-embeddings), dass die Einbettung mittels ϕ keine kreuzenden Kanten hat.
- (2) Zeige, dass eine planare Triangulierung auf dem $(n - 2) \times (n - 2)$ Gitter eingebettet werden kann.

Hinweis: Verwende (1) und eine Färbung und Orientierung der 3-Außenkanten.

Die folgenden Übungen beziehen sich auf Schnyder Woods von 3-fach zusammenhängenden Graphen.

- (3) Zeige, dass die Eigenschaft (A2) von Schnyder Labelings (das ist die ‘property of faces’) aus den Eigenschaften (W1), (W2), (W3) und (W4) von Schnyder Woods folgt.
- (4) Zeige, dass $T_i + T_{i-1}^{-1} + T_{i+1}^{-1}$ azyklisch ist. (In diesem Kontext wird eine doppelt gerichteter Pfad nicht als Zykel betrachtet!)
- (5) Sei $\phi_i(v) = \#[\text{Flächen in } R_i(v)]$. Dabei ist $R_i(v)$ die i -Region von Knoten v bezüglich eines Schnyder Woods S . Zeige direkt (ohne good-embeddings), dass die Einbettung mittels ϕ keine kreuzenden Kanten hat.
- (6) Sei S ein Schnyder Wood von G . Eine Fläche f ist *gespitzt in Farbe i* wenn es am Rand von f einen Knoten gibt, der zwei eingehende i -gefärbte Kanten besitzt. Eine Fläche f ist *spitz* wenn sie in einer Farbe i gespitzt ist.

Zeige dass die Zeichnung die wir erhalten, wenn wir in den Regionen nur die spitzen Flächen zählen, eine konvexe Zeichnung ist.