4. Übung "Graphen und Geometrie" SoSe 2012

Stefan Felsner / Kolja Knauer Aufgaben für Di. 22. Mai

(1) Zeige, dass Federeinbettungen schlechte Auflösung (resolution) haben. Als Beispiel kann der in der Vorlesung beschriebene Graph genutzt werden. (Ein Pfad $v_1, v_2, \ldots, v_n$ sowie benachbarte Knoten x, y die je auch zu allen Knoten des Pfades benachbart sind.)

(2) Zeige, dass die folgenden Koordinatenfunktionen eine S-gute Einbettung liefern

$$\phi_i(v) = \#\text{ Knoten in } R_i(v) \setminus P_{i+1}(v)$$

Dabei sind $R_i(v)$ und $P_{i+1}(v)$ die i-Region und der $(i+1)$-Pfad von Knoten v bezüglich eines Schnyder Woods S.

(3) Verwende den von den Federeinbettungen bekannten Begriff eines *good embeddings* um zu zeigen, dass S-gute Einbettungen tatsächlich Kreuzungsfrei sind.

(4) Zeige durch ein Zählargument, das auf der Euler Formel basiert, dass der i-Baum T_i eines Schnyder Woods azyklisch ist.

(5) Unser Beweis für die Existenz eines Schnyder wood benötigt eine kontrahierbare Kante v, a_1, das ist eine Kante v, a_1, so dass v und a_1 genau zwei gemeinsame Nachbarn haben. Zeige, dass Triangulierungen mit $n \geq 4$ eine kontrahierbare kante haben.

(6) Zeige dass für $v \notin f$ gilt $\phi(v) \notin \nabla_f$. Das ist das *empty triangle lemma* aus der Vorlesung.