2. Übung "Graphen und Geometrie" SoSe 2012

Stefan Felsner / Kolja Knauer Aufgaben für Di. 8. Mai

(1) Wir wissen jetzt: Jeder Graph kann in $\mathbb{R}^3$ kreuzungsfrei gezeichnet werden. Gibt es für jedes n eine n-elementige Punktmenge $X \subseteq \mathbb{R}^3$ sodass jeder Graph mit n Knoten geradlinig in den $\mathbb{R}^3$ eingebettet werden kann und seine Knoten genau auf X landen?

(2) Zeige:

- Für jede Fläche S gilt K_6 kann in S gezeichnet werden genau dann, wenn $K_{3,3}$ in S gezeichnet werden kann.
- Dies gilt nicht mehr, wenn man aus der Flächendefinition die Hausdorff-Eigenschaft streicht.

(3) Zeige: Jeder in einer Fläche S 2-cell-eingebettete Graph G kann so in der Kanonischen Repräsentation gezeichnet werden, dass ein spannender planarer Teilgraph G' im Inneren des Polygons gezeichnet ist. Alle weiteren Kanten von G schnneiden Polygonkanten in deren Innerem.

(4) Zeige: Jede kombinatorische Einbettung definiert ein 2-cell-embedding auf einer Fläche.

(5) Zeige: Wenn G zusammenhängend und kein Baum ist gilt: $\widetilde{g}(G) \leq 2g(G)+1$.

(6) Die Petersen Familie ist die Menge der (sieben) Graphen, die sich aus dem Petersen Graphen durch $Y - \Delta$ und $\Delta - Y$ Operationen erzeugen lassen. Bei einer $Y - \Delta$ Operation wird ein Grad 3 Knoten durch ein Dreieck auf seinen Nachbarn ersetzt. Bei einer $\Delta - Y$ Operation werden die Kanten eines Dreiecks gelöscht und eine neuer Knoten hinzugefügt, der mit den Knoten des Dreiecks verbunden wird.
Bestimme orientierbares und nicht-orientierbares Geschlecht aller Graphen der Petersen Familie.