

---

## 1. Übung “Graphen und Geometrie”

SoSe 2012

Stefan Felsner / Kolja Knauer

Aufgaben für Di. 24. April

---

- (1) Jeder Graph kann in  $\mathbb{R}^3$  kreuzungsfrei gezeichnet werden.  
Entdecke Möglichkeiten diesen kleinen Satz zu beweisen. Geht es auch mit geraden Kanten (Segmenten) oder wenn alle Kanten Halbkreisbögen sind?
- (2) Ein *Sunkist Graph* ist ein Graph mit einer kreuzungsfreien Zeichnung bei der die Knoten auf dem Rand eines Tetraeders liegen und Kanten gradlinig verlaufen (Segmente). Zeige:
  - Jeder 4-färbbare Graph ist ein Sunkist-Graph.
  - Nicht jeder Graph kann als Sunkist-Graph dargestellt werden.
- (3) Finde einen 3-kantenzusammenhängenden planaren Graphen  $G$  dessen Dualgraph nicht eindeutig ist.
- (4) Sei  $G$  ein planarer Graph und  $G^*$  ein Dual von  $G$ . Zeige, dass  $G$  oder  $G^*$  einen Knoten vom Grad höchstens 3 besitzt.
- (5) Zeige: Ein planarer Graph ist bipartit (2-färbbar), genau wenn alle dualen Knoten geraden Grad haben.
- (6) Zeige: Jede Zeichnung des  $K_{3,3}$  hat ein paar nicht-adjazenter Kanten (unabhängiger Kanten) deren darstellende Kurven sich ungerade oft schneiden.
- (7) Je zwei geschlossene Kurven in der Ebene kreuzen sich gerade oft.
- (8) Ein *Polyomino* ist eine Menge von Quadraten aus dem Quadratgitter, deren internes Dual (das Dual ohne den Dualknoten der unbeschränkten Fläche) zusammenhängend ist. Polyominos die durch Translationen, Rotationen und Spiegelungen zur Deckung gebracht werden können gelten als gleich.
  - Wie viele Pentominos (Polyominos die aus 5 Quadraten bestehen) gibt es?
  - Sei  $P(n)$  die Anzahl der Polyominos mit  $n$  Quadraten. Wie schnell wächst  $P(n)$  mit  $n$ ?

(Diese Aufgabe ist der Klasse 1/2c der Hausburgschule Friedrichshain gewidmet.)