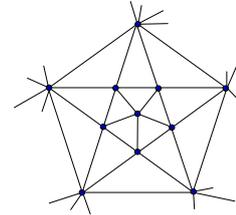

3. Übung “Graphen in und aus der Ebene”

Stefan Felsner

SoSe 2014

Aufgaben für Di. 5. Mai

(1) Zeige, dass der in der Abbildung gezeigte Graph reduzierbar ist, d.h. in keinem minimalen Gegenbeispiel zum 4-Farbensatz vorkommen kann.



(2) Finde eine scharfe obere Schranke für die Listenfärbungszahl outerplanarer Graphen.

(3) Bestimme die Kantenfärbungszahl des Petersen-Graphen.

(4) Ein Baum T besitzt genau dann ein perfektes Matching wenn für alle Knoten v gilt $oc(T, v) = 1$.

(5) Sei G ein 3-regulärer Graph mit höchstens zwei Brücken. Zeige, dass G ein perfektes Matching besitzt.

(6) Für jedes $k > 1$ finde k -reguläre Graphen die kein perfektes Matching besitzen.

(7) Sei G brückenlos und 3-regulär. Die Kantenmenge von G kann in Teile der Kardinalität 3 zerlegt werden, die je einen P_4 enthalten.

(8) In der Vorlesung wurde behauptet, dass es eine Involution gibt mit der nachgewiesen werden kann, dass der Beitrag der $\pi \in S_n$ die ungerade Zyklen enthalten in

$$\det(T) = \sum_{\pi} \operatorname{sgn}(\pi) t_{1\pi_1} t_{2\pi_2} \dots t_{n\pi_n}$$

gleich Null ist. Trage den Beweis nach.

(9) a) Sei G ein $2k$ -regulärer Graph. Zeige, dass eine eulersche Orientierung von G in Linearzeit berechnet werden kann.

b) Verwende Teil a) in einem Linearzeitalgorithmus für perfektes Matching der Eingaben mit folgenden Eigenschaften erwartet: bipartit und 2^t -regulär.

(10) Zeige, dass die Färbungszahl des auf der Rückseite des Aufgabenblattes abgebildeten Graphen genau 4 ist. Hinweis: Beginne mit der gegebenen Färbung des inneren Pentagons und zeige, dass die goldenen Knoten alle diese Farbe haben müssen.

(11) Sei \mathcal{A} ein Geradenarrangement in \mathbb{R}^2 , d.h. eine Menge von Geraden in der Ebene. Wir nehmen an, dass das Arrangement einfach ist, d.h. kein Punkt ist in 3 Geraden von \mathcal{A} enthalten. Aus \mathcal{A} machen wir einen Graphen $G_{\mathcal{A}}$: Die Knoten von $G_{\mathcal{A}}$ sind die Kreuzungen, Kanten sind die Abschnitte zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kreuzungen auf den Geraden. Bestimme die Färbungszahl von $G_{\mathcal{A}}$.

