12. Übungsblatt zur Vorlesung: **Felsner/ Schröder**

Graphentheorie (DS II) 16. Januar 2019

Besprechungsdatum: 23./24. Januar

`http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsII19.html`

---

(1) Finde eine Punktemenge P mit 8 Punkten in allgemeiner Lage ohne konvexe 5-Teilmenge. Daraus folgt $N(5) \geq 9$.

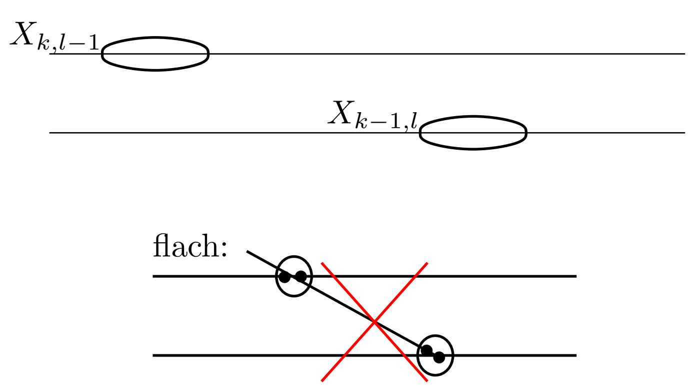
(2) $P \subset \mathbb{R}^d$ heißt *in konvexer Lage*, wenn kein Punkt in P durch eine Konvexkombination der restlichen Punkte in P dargestellt werden kann.
Beweise ein Erdős-Szekeres-Theorem in d Dimensionen: Für jedes k existiert $N_d(k)$, so dass alle Punktmengen in $\mathbb{R}^d$ mit $N_d(k)$ Punkten in allgemeiner Lage (d.h. keine $d+1$ liegen in einer gemeinsamen Hyperebene) eine k-elementige Punktmenge in konvexer Lage enthalten.

(3) Finde eine Triangulierung, die nicht hamiltonsch ist.

[Hinweis (Tutte): 4-zusammenhängende Triangulierungen sind hamiltonsch.]

(4) Konstruktion von $X(n,m)$
$f(n,m)$ bezeichne die minimale Anzahl an Punkten in allgemeiner Lage in der Ebene, die eine n-Mütze oder m-Tasse erzwingen. In der Vorlesung haben wir gezeigt $f(n,m) \leq \binom{n+m-4}{n-2} + 1$. Zeige, dass diese Schranke scharf ist, dh. konstruiere eine Punktmenge mit $\binom{n+m-4}{n-2}$ Punkten, die weder eine n-Mütze noch eine m-Tasse enthält. Die Skizze unten kann dir dabei helfen.

Untere Schranke an k-cups/l-caps



(5) Seien $s, t \in \mathbb{N}$ natürliche Zahlen und T ein Baum mit t Knoten. Sei $R(T, K_s)$ die kleinste natürliche Zahl R, bei der jede rot/blau–Färbung der Kanten des K_R entweder einen roten Subgraphen T oder einen blauen Subgraphen K_s enthält.
Zeige: $R(T, K_s) = (s-1)(t-1) + 1$.

[Hinweis: Induktion über s und t.]