11. Übungsblatt zur Vorlesung: **Felsner/ Schröder**

Graphentheorie (DS II) 10. Januar 2019

Besprechungsdatum: 16./17. Januar

`http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsII19.html`

---

(1) Zeige, dass ein Graph ohne gerade Kreise höchstens $\frac{3}{2}(n-1)$ Kanten besitzt. [Hinweis: Wieviele Knoten können sich zwei Kreise teilen?]

(2) Betrachte eine Menge von n Punkten in der Ebene, wobei kein Punktepaar einen größeren Abstand als $\sqrt{2}$ hat. Zeige, dass höchstens $(1-\frac{1}{3})\frac{n^2}{2}$ viele Punktepaare einen Abstand grösser als 1 haben.

(3) Ein vollständig multipartiter Graph $G=(V,E)$ ist ein maximaler Graph bezüglich der chromatischen Zahl, ist also $e \in \binom{V}{2} \setminus E$, so gilt $\chi(G+e) > \chi(G)$. Zeige, dass ein einfacher Graph vollständig multipartit ist, genau dann wenn es keinen durch 3 Knoten induzierten Subgraphen gibt, der genau eine Kante enthält.

(4) Sei $G=(V,E)$ Graph. Die Wei-Ungleichung besagt $\alpha(G) \geq \sum_v \frac{1}{d_v+1}$. Charakterisiere die Graphen, für die $\alpha(G) = \sum_v \frac{1}{d_v+1}$ gilt.

(5) Beweise ein Erdős-Szekeres-Lemma in d Dimensionen: Für jedes k existiert $N(k)$, so dass alle Folgen in $\mathbb{R}^d$ der Länge $N(k)$ eine "monotone" Teilfolge der Länge k enthalten.
(Finde eine sinnvolle Interpretation von Monotonie, sodass der obige Satz gilt.)

(6) Sei $R(G,H)$ die kleinste natürliche Zahl bei der jede rot/blau–Färbung der Kanten des K_R entweder einen roten Subgraphen G oder einen blauen Subgraphen H enthält.

(a) Ermittle $R(K_{1,m}, K_{1,n})$.

(b) Zeige $R(C_4, C_4) = 6$.