
**9. Übungsblatt zur Vorlesung:
Graphentheorie (DS II)**

Felsner/ Schröder

11. Dezember 2019

Besprechungsdatum: 19./20. Dezember

<http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsII19.html>

- (1) Wir nennen zwei Zeichnungen eines planaren Graphen *d-isomorph* wenn die Dualgraphen isomorph sind. Ein *Rotationssystem* beschreibt die Kombinatorik einer Zeichnung durch die zyklische Reihenfolgen der inzidenten Kanten eines jeden Knoten. Wir nennen zwei Zeichnungen eines planaren Graphen *r-isomorph* wenn (es eine Benennung der Knoten und Kanten gibt sodass) die Rotationssysteme übereinstimmen. Zeige, dass die beiden Begriffe verschieden sind und einer der Begriffe stärker ist.
- (2) Zeige mit Hilfe des Satzes von Kuratowski, dass der Petersengraph nicht planar ist.
- (3) Sei X eine k -elementige antipodenfreie Punktmenge auf dem Einheitskreis und \bar{X} die Menge der antipodalen Punkte. Wieviele Dreiecke, gebildet mit Punkten aus $X \cup \bar{X}$, enthalten den Kreismittelpunkt? (Dreiecke sollen als offen aufgefasst werden, d.h. falls der Kreismittelpunkt auf dem Rand des Dreiecks liegt zählt er nicht als darin enthalten.)
- (4) Existiert für jeden planaren Graphen eine Kreiskontakt Darstellung so, dass alle Kreise den gleichen Radius besitzen? Finde notwendige Bedingungen von Graphen mit *Einheits-Kreiskontakt Darstellung*. Finde Klassen von Graphen, die Einheits-Kreiskontakt Darstellungen besitzen.
- (5) Verallgemeinerte Kreiskontakt Darstellung
 - (a) Sei T eine innere 3-zusammenhängende Triangulierung, bei der die äussere Fläche k Knoten besitzt. Zeige, dass T eine Kreiskontakt Darstellung besitzt, in der die äusseren Knoten ein konvexes Polygon mit k Ecken bilden dessen Winkel fest vorgegeben sind (und natürlich die korrekte Winkelsumme eines k -Ecks erfüllen).

Hinweis: Verallgemeinere den Beweis aus der Vorlesung und betrachte

$$n_I \cdot 2\pi + \sum_{v \in D_O} \alpha(v) = \sum_{v \in D} \alpha(v) \leq (2n_D - n_O - 2)\pi + \varepsilon$$

- (b) Kann man auch ein äusseres Viereck v_1, v_2, v_3, v_4 vorgeben mit einem Winkel $\alpha_2 > \pi$ bei v_2 , wenn die Knoten v_1 und v_3 nicht benachbart sind?