8. Übungsblatt zur Vorlesung: **Felsner/ Schröder**
Graphentheorie (DS II) 06. Dezember 2019
Besprechungsdatum: 12./13. Dezember
`http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsII19.html`

---

(1) Duale Matroide

(a) Beweise: Wenn G planar ist, dann ist $M^*(G)$ graphisch.
[Hinweis: Beweise $M(G^*) = M^*(G)$.]

(b) Zeige, dass $M^*(K_5)$ nicht graphisch ist.
[Hinweis: Angenommen, es existiert Graph H mit $M(H) = M^*(K_5)$. Betrachte den Minimalgrad von H.]

(2) Sei $(X, \mathcal{I})$ ein Unabhängigkeitssystem, das heißt Teilmengen unabhängiger Mengen sind unabhängig, aber kein Matroid. Zeige, dass es eine Gewichtsfunktion $\omega : X \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ gibt, sodass der Greedy-Algorithmus keine unabhängige Menge maximalen Gewichts zurück gibt.

(3) Sei $X_1, \dots, X_t$ eine Partition von einer Menge X und $r_1, \dots, r_t$ gegebene Zahlen. Wir definieren $Y \subset X$ als unabhängig, wenn $|Y \cap X_i| \leq r_i$ für alle $i \in [r]$. Sei $\mathcal{I}$ die Menge aller unabhängigen Mengen von X. Zeige, dass das *Partitionsmatroid* $(X, \mathcal{I})$ ein lineares Matroid ist.

(4) geradlinige Zeichnungen planarer Graphen

(a) Zeige, dass für alle $k \in \{3, 4, 5\}$ jedes k-Eck sternförmig ist.
[Ein k-Eck ist *sternförmig* wenn ein Punkt p existiert, so dass für alle Punkte q des k-Ecks gilt: Die Strecke pq liegt im k-Eck.]

(b) Folgere, dass jede Triangulierung eine geradlinige Zeichnung besitzt.
[Hinweis: Jeder planare Graph besitzt einen Knoten v mit $\deg(v) \leq 5$.]