3. Übungsblatt zur Vorlesung: **Felsner/ Schröder**
Graphentheorie (DS II) 31. Oktober 2019
Besprechungsdatum: 7./8. November
`http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsII19.html`

---

(1) Betrachte den vollständig bipartiten Graphen $K_{m,n}$ wobei die Knoten der einen Partitionsklasse mit $\{1', \ldots, m'\}$ und die der anderen mit $\{1, \ldots, n\}$ benannt sind.

  (a) Wie viele aufspannende Bäume hat $K_{2,n}$? Wie viele Isomorphieklassen aufspannender Bäume von $K_{2,n}$ gibt es?

  (b) Wie viele aufspannende Bäume hat $K_{3,n}$? Wie viele Isomorphieklassen?

  (c) Sei $m \leq n$. Wie viele aufspannende Bäume hat $K_{m,n}$?
  [Hinweis: Diese Aufgabe gibt zwei Punkte.]

(2) Seien $d_1, ..., d_n$ natürliche Zahlen deren Summe $2n - 2$ beträgt. In Aufgabe (2a) auf Blatt 2 haben wir gesehen, dass $(d_1, ..., d_n)$ genau dann die Gradfolge eines Baumes ist, wenn $\sum d_i = 2n - 2$. Zeige, dass es

$$\frac{(n-2)!}{\prod_i (d_i - 1)!}$$

verschiedene Bäume auf der Knotenmenge $[n]$ gibt, sodass Knoten i Grad d_i hat. [Hier ist offenbar nicht nach der Anzahl von Isomorphieklassen gefragt.]

(3) Sei T ein Baum mit $n \geq 3$ und $x_i = |\{v | d(v) = i\}|$.

  (a) Zeige, dass $\sum_{i=3}^{n-1} (i-2) x_i = x_1 - 2$

  (b) Wie viele verschiedene (nicht isomorphe) Bäume mit 5 Blättern und ohne Knoten vom Grad 2 gibt es?

(4) Beweisen Sie die ungerichtete p-q-Kantenversion des Satzes von Menger.
[Hinweis: Nutzen sie die ungerichtete p-q-Knotenversion aus der Vorlesung]