
**9. Übungsblatt zur Vorlesung:
Graphentheorie (DS II)**

Felsner/ Kleist
14. Dezember 2017

Besprechungsdatum: 19. Dezember

<http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsII17.html>

- (1) Bearbeite die Aufgabe (4) des 8. Übungsblattes und zeige: Wenn eine Zeichnung D eines Multigraphen G existiert, in der sich jedes Kantenpaar gerade oft schneidet, dann ist G planar (und es existiert eine planare Zeichnung D' mit dem gleichen Rotationssystem wie in D).
- (2) Zeige, dass Hanani-Tutte für einen polynomiellen Planaritätstest verwendet werden kann.
- (3) Existenz von Schnyder Woods
 - (a) In der Vorlesung haben wir gezeigt, dass ein 3-zusammenhängender Graph eine *kontrahierbare* Kante besitzt, dh. eine Kante, sodass nach der Kantenkontraktion der Graph 3-zusammenhängend bleibt. Charakterisiere die kontrahierbaren Kanten von Triangulierungen, sodass auch der kontrahierte Graph eine Triangulierung ist.
 - (b) Zeige, dass Triangulierungen eine kontrahierbare Kante (v, a_1) besitzen.
 - (c) Beweise die Existenz von Schnyder Woods mit Induktion und (b).
- (4) Eine *3-Orientierung* einer Triangulierung ist eine Orientierung der inneren Kanten, sodass jeder innere Knoten Aus-Grad 3 besitzt.
 - (a) Sei G eine Triangulierung. Zeige, dass 3-Orientierungen und Schnyder Woods von G in Bijektion stehen.
 - (b) Zeige, dass je zwei 3-Orientierungen durch Umdrehen von Kreisen ineinander überführt werden können.
 - (c) Charakterisiere die Klasse der Graphen mit eindeutigen Schnyder Woods.
[Hinweis: Ein Graph G mit n Knoten heißt *k-degeneriert*, wenn eine Knotenreihenfolge v_1, \dots, v_n existiert, sd. der Grad von v_i in $G[\{v_i, \dots, v_n\}] \leq k$ ist.]
- (5) Existiert für jeden planaren Graphen eine Kreiskontaktdarstellung so, dass alle Kreise den gleichen Radius besitzen? Finde notwendige Bedingungen von Graphen mit *Einheits-Kreiskontaktdarstellung*. Finde Klassen von Graphen, die Einheits-Kreiskontaktdarstellungen besitzen.