

---

**4. Übungsblatt zur Vorlesung:  
Graphentheorie (DS II)**

**Felsner/ Kleist**  
27. Oktober 2017

Besprechungsdatum: 14. November

<http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsII17.html>

---

- (1) Ein *Shannon switching game* ist ein Spiel für zwei Spieler auf einem Graph  $G = (V, E)$  mit zwei ausgezeichneten Knoten  $A$  und  $B$ . Die Spieler ‘Connector’ and ‘Disconnecter’ machen abwechselnd je einen Zug. In einem Zug markiert Connector eine Kante aus  $E$ , Disconnecter löscht eine noch nicht markierte Kante aus  $E$ . Connector gewinnt wenn am Ende ein Pfad zwischen den Knoten  $A$  und  $B$  existiert. Ansonsten gewinnt Disconnecter.
- (a) Finde eine Grapheigenschaft von  $G$  sodass Connector eine Gewinnstrategie hat sogar wenn er nicht anfängt. Gib diese Gewinnstrategie an.
- (b) Finde eine interessante Grapheigenschaft von  $G$  sodass Disconnecter ein Gewinnstrategie hat.

[Hinweis: Du darfst `Strategies_shannon.pdf` zu rate ziehen.]

- (2) Zeige folgende Identität:

$$2n^{n-3} = \sum_{k \geq 0} \binom{n-2}{k} (k+1)^{k-1} (n-k-1)^{n-k-3}.$$

[Hinweis: Zähle die Anzahl der Spannbäume des  $K_n$  mit einer festen Kante.]

- (3) Sei  $G = (V, E)$  ein Graph und  $F \subset E$  eine Teilmenge der Kanten. Zeige die folgenden Aussagen.
- (a)  $F$  kann zu einem Element des Schnitttraums  $S(G)$  erweitert werden genau dann wenn  $F$  keinen ungeraden Kreis enthält.
- (b)  $F$  kann zu einem Element des Zykelraums  $Z(G)$  erweitert werden genau dann wenn  $F$  keinen ungeraden Schnitt enthält.