2. Übungsblatt zur Vorlesung: **Felsner/ Kleist**
Graphentheorie (DS II) 24. Oktober 2017
Besprechungsdatum: 07. November
`http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsII17.html`

Wegen des Reformationstages fällt die Übung am 31.10. aus. Dieses Blatt wird zusammen mit dem 3. Übungsblatt am 07. November besprochen.

(1)

(a) Existieren Graphen mit streng monotonen Gradfolgen?

(b) Ein k*–regulärer* Graph ist ein Graph, dessen Knoten alle Grad k haben. Wie viele 3–reguläre Graphen mit 1,2,. . . ,8 Knoten gibt es?

(2) Gradfolgen

(a) Zeige, dass $(d_1, ..., d_n)$ mit $d_i > 0$ für alle $i = 1, \ldots, n$ genau dann die Gradfolge eines Baumes ist wenn gilt $\sum\limits_{i=1}^{n} d_i = 2n - 2$.

(b) Seien $d_1 < d_2 < \ldots < d_k$ natürliche Zahlen. Zeige, dass ein Graph G mit d_k+1 Knoten existiert, sodass $\{d_1, d_2, \ldots, d_k\}$ die Menge der Grade in G beschreibt.

(3) Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Beweise die folgenden Aussagen:

(a) Wenn G einen **Kantenzug** von $u \in V$ nach $v \in V$ besitzt, dann hat G auch einen **Pfad** von u nach v.

(b) Wenn G einen **Zykel** ungerader Länge besitzt, dann so hat G auch einen **Kreis** ungerader Länge.
[Ein Zykel ist ein geschlossener Kantenzug, ein Kreis ein Zykel der keinen Knoten doppelt besucht.]

(c) Sei A die Adjazenzmatrix von G. Zeige, dass es genau dann einen Kantenzug der Länge k von $u \in V$ nach $v \in V$ gibt, wenn der Eintrag $a^k_{u,v} \neq 0$ ist.
[$a^k_{u,v}$ bezeichnet den Eintrag der Matrix A^k in der mit u assoziierten Zeile und v assoziierten Spalte.]

(4) Zusammenhang

(a) Beweise oder widerlege: Falls $u \in V$ und $v \in V$, die einzigen Knoten ungeraden Grades in G sind, dann enthält G einen u,v-Pfad.

(b) Sei H_d der d–dimensionale Hyperwürfel. Zeige $\kappa(H_d) = d$.